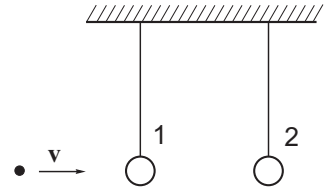


## 11 класс

1. Пуля пробивает один из подвешенных грузиков и застревает в другом (см.рис.). Начальная скорость пули  $v$ , масса пули  $m$  равна массе каждого грузика. Найдите количество теплоты, выделившееся в первом грузике, если во втором выделилось количество теплоты  $Q$ .



### Решение

Для попадания пули в первый грузик закон сохранения импульса

$$mv = mv_1 + mu, \quad (67)$$

закон сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mu^2}{2} + Q'. \quad (68)$$

Здесь  $v_1$  - скорость пули после пробивания грузика,  $u$  - скорость первого грузика. Для попадания пули во второй грузик закон сохранения импульса

$$mv_1 = 2mu_1, \quad (69)$$

закон сохранения энергии

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{2mu_1^2}{2} + Q. \quad (70)$$

Из (67) и (70) находим

$$Q = \frac{mv_1^2}{4}. \quad (71)$$

Далее решаем (67) и (67) с учетом (71). В результате получаем

$$Q' = 2v\sqrt{mQ} - 4Q. \quad (72)$$

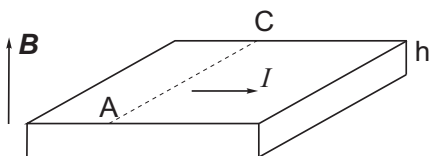
Ответ:  $2v\sqrt{mQ} - 4Q$ .

### Критерии оценки

1. За правильную запись каждого из уравнений (67) - (71): 1 балл

2. Получен правильный ответ (72): 5 баллов

Максимальная оценка 10 баллов



2. По металлической ленте, толщина которой  $h$ , течет ток  $I$  (см. рис.). Лента помещена в однородное магнитное поле, индукция которого равна  $\mathbf{B}$  и направлена перпендикулярно поверхности ленты.

Определите разность потенциалов между точками А и С ленты, если концентрация свободных электронов в металле равна  $n$ .

### Решение

На свободные заряды в ленте будут действовать сила Лоренца и электрическая сила, которые будут уравновешивать друг друга

$$eE = evB. \quad (73)$$

Отсюда получаем

$$E = vB. \quad (74)$$

Ток, текущий по ленте по определению

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{nev\Delta tS}{\Delta t} = nevdh, \quad (75)$$

где  $d$  - ширина ленты. Тогда

$$v = \frac{I}{nedh}. \quad (76)$$

Тогда с учетом (74) получаем

$$E = \frac{BI}{nedh} \Rightarrow U = Ed = \frac{BI}{neh}. \quad (77)$$

Ответ:  $\frac{BI}{neh}$

Критерии оценки

1. Найдена напряженность электрического поля (74): 3 балла

2. Правильно записано выражение для тока (75): 3 балла

3. Получен правильный ответ: 4 балла

Максимальная оценка 10 баллов

3. Шарик массой 0.2 кг, подвешенный на нити, совершает гармонические колебания. Во сколько раз увеличится частота колебаний, если шарику сообщить заряд 100 мкКл и поместить в однородное электрическое поле напряженностью 160 кВ/м, направленное вертикально вниз? Ускорение свободного падения 10 м/с<sup>2</sup>.

Решение

В силу однородности электрического поля для шарика можно заменить действие силы тяжести и электрического поля на действие только поля тяжести с другим “эффективным”  $g_{\text{эф}}$ :

$$mg + qE = mg_{\text{эф}} \Rightarrow g_{\text{эф}} = g + \frac{qE}{m}. \quad (78)$$

Тогда

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \nu_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g_{\text{эф}}}{l}}, \quad (79)$$

отсюда

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \sqrt{\frac{g_{\text{эф}}}{g}} = \sqrt{1 + \frac{qE}{mg}} = 3. \quad (80)$$

Ответ: 3

Критерии оценки

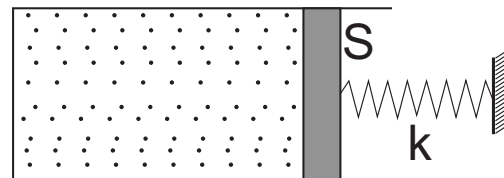
1. Найдено выражение для  $g_{\text{эф}}$  (78): 4 балла

2. Правильно записано выражение частот колебаний (79): 3 балла

3. Получен правильный ответ (80): 3 балла

Максимальная оценка 10 баллов

4. Идеальный одноатомный газ заполняет цилиндрический сосуд с поршнем, который может двигаться практически без трения. Стенки сосуда и поршень теплоизолированы. Система находится в равновесии, площадь основания цилиндра  $S = 200 \text{ см}^2$ , начальный объем  $V_0 = 3.0 \text{ л}$ , температура  $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Поршень соединен с недеформированной пружиной (см. рис.), другой конец которой закреплен, жесткость пружины  $k = 15 \text{ кН/м}$ . Газ медленно нагревают до температуры  $t_1 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ , удерживая поршень на месте. Затем поршень резко отпускают. Пренебрегая массой поршня, найдите температуру газа после того, как система придет в равновесие. Атмосферное давление  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ .



### Решение

Газ сначала изохорно нагревают, в результате давление в сосуде становится равным

$$p_1 = p_0 \frac{T_1}{T_0}. \quad (81)$$

Запишем уравнения состояния

$$p_0 V_0 = \nu R T_0, \quad (82)$$

$$p_1 V_0 = \nu R T_1. \quad (83)$$

После отпускания поршня начинается неравновесный процесс. Для него можно записать первое начало термодинамики, полагая, что работа газа идет на увеличение потенциальной энергии пружины

$$0 = A + \Delta U \Rightarrow 0 = \frac{k \Delta x^2}{2} + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1). \quad (84)$$

Далее из (81) - (84) получаем квадратное уравнение относительно  $\Delta x$

$$4k \Delta x^2 + \Delta x \left( 3p_0 S + \frac{3kV_0}{S} \right) - 3p_0 V_0 \left( \frac{T_1}{T_0} - 1 \right) = 0. \quad (85)$$

Решая (85) находим  $\Delta x \approx 1.36 \text{ см}$ . Из (84) с учетом (82)

$$T_2 = T_1 - T_0 \frac{k \Delta x^2}{3p_0 V_0} = 352.1 \text{ К} = 79.1 \text{ }^\circ\text{C}. \quad (86)$$

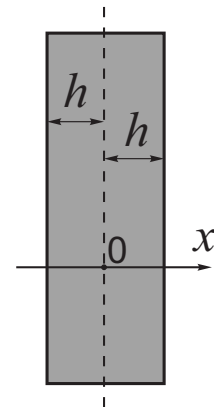
Ответ:  $352.1 \text{ К} = 79.1 \text{ }^\circ\text{C}$

### Критерии оценки

1. Записано уравнение изохорного процесса и уравнения состояния (81) - (83) : *3 балла*
2. Записано первое начало термодинамики (84): *2 балла*
3. Получено квадратное уравнение и найдено  $\Delta x$  (85): *3 балла*
4. Найдено  $T_2$  (86): *2 балла*

Максимальная оценка *10 баллов*

5. Пластина толщиной  $2h$  заряжена с постоянной объёмной плотностью заряда  $\rho$ . Поперечные размеры пластины значительно больше ее толщины, поэтому граничными эффектами можно пренебречь. Ось  $Ox$  направлена перпендикулярно пластине, начало отсчёта находится в центре пластины.



а) Найдите зависимость проекции вектора напряженности электрического поля  $E_x$  на ось  $Ox$  от координаты  $x$  в диапазоне  $-2h \leq x \leq 2h$ , постройте график. Считайте заряд пластины отрицательным.

б) Найдите зависимость потенциала электростатического поля от координаты  $x$  в диапазоне  $-2h \leq x \leq 2h$ , постройте график. Потенциал в центре пластины принять равным нулю:  $\varphi(0) = 0$ .

Прим. Объёмной плотностью электрического заряда называется отношение заряда элемента объема к величине этого элемента объема:  $\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}$ .

### Решение

Напряженность поля бесконечно большой пластины с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad (87)$$

Для пластины конечной толщины  $l$ , объёмная плотность заряда  $\rho$  можно показать, что  $\sigma = \rho l$  и

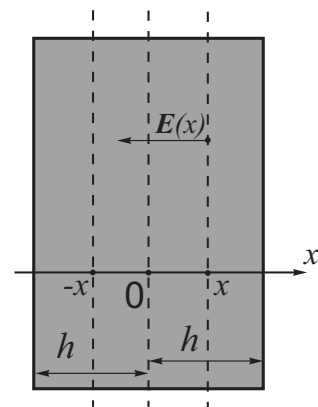
$$E = \frac{\rho l}{2\varepsilon_0} \quad (88)$$

Возьмем точку на расстоянии  $x$  от оси симметрии пластины (см. рис.). Поле в этой точке будет создаваться зарядами, находящимися в слое от  $-x$  до  $x$ . Поля, которые в данной точке будут создаваться остальными зарядами, будут компенсировать друг друга. Таким образом,

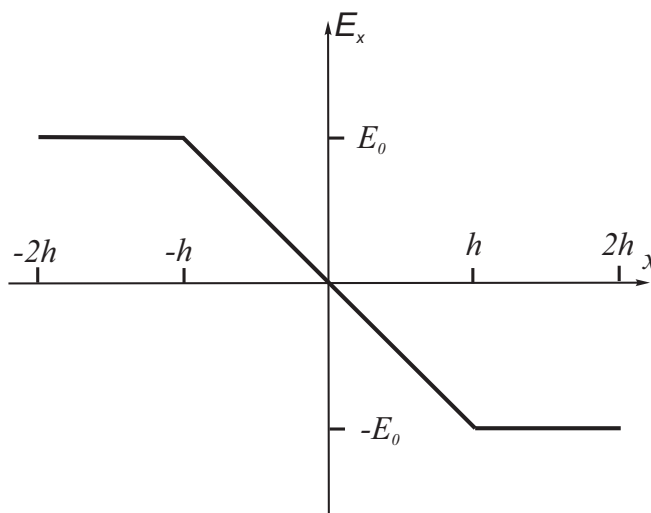
$$E = \frac{\rho 2x}{2\varepsilon_0} = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}, \quad \text{при } |x| \leq h. \quad (89)$$

При  $|x| > h$  получаем

$$E_0 = \frac{\rho 2h}{2\varepsilon_0} = \frac{\rho h}{\varepsilon_0}. \quad (90)$$



Построим график напряженности, с учетом  $\rho < 0$ :



Для нахождения потенциала запишем

$$\Delta\varphi = -E_x\Delta x. \quad (91)$$

Поскольку напряженность изменяется, то изменение потенциала будет численно равно площади под графиком  $E_x(x)$ :

$$\varphi(x) = -\frac{1}{2}E_x(x)x = -\frac{\rho x^2}{2\varepsilon_0} \quad (92)$$

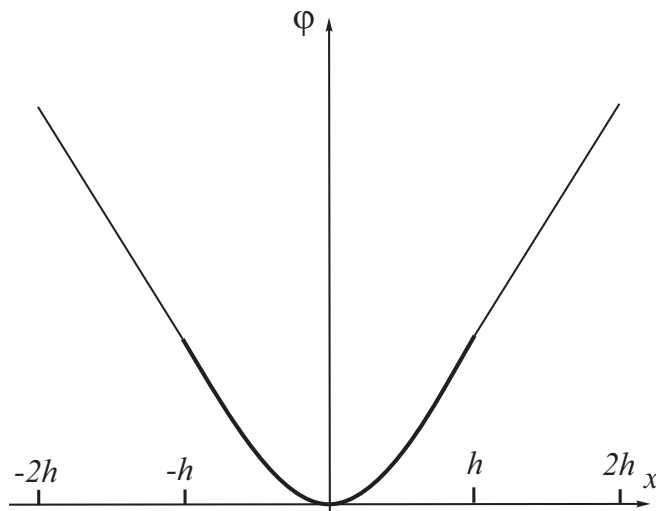
Полученный ответ справедлив при  $x \leq h$ . При  $x > h$  напряженность поля постоянна, поэтому

$$\varphi(x) - \varphi(h) = -E_0(x - h), \quad (93)$$

тогда с учетом (90) получаем

$$\varphi(x) = \frac{\rho h}{2\varepsilon_0}(h - 2x). \quad (94)$$

График строим с учетом  $\rho < 0$ :



#### Критерии оценки

1. Получены выражения для напряженности внутри и вне пластины: *3 балла*
2. Построен график напряженности: *2 балла*
3. Получены выражения для потенциала внутри и вне пластины: *3 балла*
4. Построен график потенциала: *2 балла*

Максимальная оценка *10 баллов*