

## Олимпиада Смарт Старт – 2017. Физика. Отборочный этап.

### Решения и критерии.

#### 8 класс

1. Тело, состоящее из куска льда и вмёрзшего в него алюминиевого бруска, плавает в воде так, что под водой находится  $\alpha = 0,95$  объема тела. Какой процент льда должен растаять, чтобы тело полностью погрузилось в воду? Плотность воды  $\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$ , льда  $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$ , алюминия  $\rho_a = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

#### Решение

Условие плавания

$$F_{\text{арх}} = m_{\text{общ}}g. \quad (1)$$

С учетом условия задачи

$$\rho_v g \alpha V_{\text{общ}} = (m_{\text{ал}} + m_{\text{л}})g, \quad (2)$$

$$\rho_v \alpha (V_{\text{л}} + V_{\text{ал}}) = \rho_{\text{л}} V_{\text{л}} + \rho_{\text{ал}} V_{\text{ал}}. \quad (3)$$

После того, как растаяла часть льда  $\beta$  и тело стало плавать полностью погруженным в воду, получаем

$$\rho_v (V_{\text{л}}(1 - \beta) + V_{\text{ал}}) = \rho_{\text{л}} V_{\text{л}}(1 - \beta) + \rho_{\text{ал}} V_{\text{ал}}. \quad (4)$$

Разделим уравнения (3) и (4) на  $V_{\text{л}}$ , введем обозначение  $\gamma = \frac{V_{\text{ал}}}{V_{\text{л}}}$ , в результате получим систему уравнений с неизвестными  $\gamma$  и  $\beta$ :

$$\begin{cases} \rho_v \alpha (1 + \gamma) = \rho_{\text{л}} + \rho_{\text{ал}} \gamma, \\ \rho_v (1 - \beta + \gamma) = \rho_{\text{л}}(1 - \beta) + \rho_{\text{ал}} \gamma. \end{cases} \quad (5)$$

Исключая  $\gamma$ , находим

$$1 - \beta = \frac{\rho_{\text{ал}} - \rho_v}{\rho_v - \rho_{\text{л}}} \frac{\alpha \rho_v - \rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{ал}} - \alpha \rho_v}. \quad (6)$$

Отсюда находим

$$\beta \approx 0.51$$

Ответ: 51%

#### Критерии оценки

1. Правильно записаны условия плавания с учетом данных задачи (3) и (4): 5 баллов

2. Решена полученная система уравнений (5): 3 балла

3. Получен правильный численный ответ: 2 балла

Максимальная оценка 10 баллов

2. Некоторое количество воды нагревается электронагревателем мощностью  $P = 500 \text{ Вт}$ . При включении нагревателя на время  $\tau_1 = 2 \text{ мин}$  температура воды повысилась на  $\Delta T = 1 \text{ К}$ , а при его отключении - понизилась за время  $\tau_2 = 1 \text{ мин}$  на ту же величину  $\Delta T$ . Какова масса нагреваемой воды, если потери тепла за счет рассеяния в окружающую среду пропорциональны времени? Удельная теплоемкость воды  $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°C}}$ .

#### Решение

При нагревании воды закон сохранения энергии имеет вид:

$$P\tau_1 = cm\Delta T + G\tau_1, \quad (7)$$

а при остывании –

$$cm\Delta T = G\tau_2. \quad (8)$$

Здесь  $G$  – мощность отдачи тепла в окружающую среду. Из уравнений (7) и (8) находим

$$m = \frac{P\tau_1\tau_2}{c\Delta T(\tau_1 + \tau_2)} = 4.8 \text{ кг}. \quad (9)$$

Ответ 4.8 кг.

#### Критерии оценки

1. Правильно записан закон сохранения для нагревания (7): 3 балла

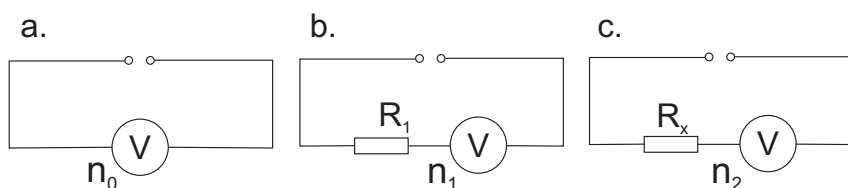
2. Правильно записан закон сохранения для остывания (8): 3 балла

2. Решена полученная система уравнений (9): 3 балла

3. Получен правильный численный ответ: 1 балл

Максимальная оценка 10 баллов

3. Имеются резисторы, сопротивление одного из них  $R_1 = 0.5$  кОм, а другого  $R_x$  нужно измерить. Для этого, используя источник постоянного электрического напряжения, собрали три цепи (см. рис. а, б, в). В первом случае стрелка вольтметра отклонилась на  $n_0 = 16$  делений его шкалы, во втором – на  $n_1 = 12$  делений и в третьем – на  $n_2 = 10$  делений. Определите по этим данным сопротивление  $R_x$  второго резистора.



#### Решение

Обозначим цену деления вольтметра  $\alpha$ , показания вольтметра в первом случае  $U_0 = \alpha n_0$  равны напряжению источника. Во втором случае: показания вольтметра  $U_1 = \alpha n_1$ , напряжение на резисторе  $R_1$  равно  $U_{R_1} = U_0 - U_1 = \alpha(n_0 - n_1)$ . При последовательном соединении сила тока одинакова:

$$\frac{\alpha n_1}{R_v} = \frac{\alpha(n_0 - n_1)}{R_1} \Rightarrow \frac{n_1}{R_v} = \frac{(n_0 - n_1)}{R_1}, \quad (10)$$

здесь  $R_v$  – сопротивление вольтметра.

Для третьего случая аналогично получаем

$$\frac{\alpha n_2}{R_v} = \frac{\alpha(n_0 - n_2)}{R_x} \Rightarrow \frac{n_2}{R_v} = \frac{(n_0 - n_2)}{R_x}. \quad (11)$$

Решая совместно уравнения (10) и (11), находим

$$R_x = \frac{n_1(n_0 - n_2)}{n_2(n_0 - n_1)} R_1 = 0.9 \text{ кОм}. \quad (12)$$

Ответ: 0.9 кОм.

#### Критерии оценки

1. Записаны показания вольтметра через цену деления и выражено напряжение на клеммах источника: 2 балла

2. Правильно записан закон Ома и равенство токов для второго случая (10): *2 балла*
  3. Правильно записан закон Ома и равенство токов для третьего случая (11): *2 балла*
  4. Решена полученная система уравнений и записан ответ в общем виде (12): *3 балла*
  5. Получен правильный численный ответ: *1 балл*
- Максимальная оценка *10 баллов*

4. К коромыслу равноплечных весов подвешены два сплошных однородных шарика, сделанных из разных материалов, но имеющих одинаковые массы. Если теперь один из шариков поместить в жидкость плотностью  $1000 \text{ кг/м}^3$ , а другой – в жидкость плотностью  $800 \text{ кг/м}^3$ , то равновесие сохранится. Считая, что плотности шариков больше плотностей жидкостей, найдите отношение плотностей шариков.

Решение

Вес шарика в воздухе  $P_{\text{в}} = mg$ , в жидкости  $P_{\text{в}} = mg - F_a$ , где  $F_a$  – сила Архимеда. Так как весы равноплечие, массы шариков равны, то можно сделать вывод, что силы Архимеда, действовавшие на шарики, так же равны:

$$F_{a1} = F_{a2}. \quad (13)$$

Отсюда получаем

$$\rho_{\text{ж}1} g \frac{m}{\rho_1} = \rho_{\text{ж}2} g \frac{m}{\rho_2}, \quad (14)$$

где  $\rho_{\text{ж}1}$  и  $\rho_{\text{ж}2}$  – плотности первой и второй жидкостей,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности первого и второго шариков. Из (14) находим

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_{\text{ж}1}}{\rho_{\text{ж}2}} = 1.25 \quad (15)$$

Ответ: *1.25*

Критерии оценки

1. Записано выражение для веса тела в жидкости: *2 балла*
  2. Сделан вывод о равенстве сил Архимеда (13) и (14): *4 балла*
  3. Получено выражение для отношения плотностей шариков (15): *3 балла*
  4. Получен правильный численный ответ: *1 балл*
- Максимальная оценка *10 баллов*

5. В цилиндрический сосуд с водой опустили железную коробочку, из-за чего уровень воды в сосуде поднялся на 2 см. На сколько опустится уровень воды, если коробочку утопить? Плотности воды  $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$  и железа  $\rho_{\text{ж}} = 7800 \text{ кг/м}^3$ .

Решение

Найдем изменения уровня воды в сосуде в двух случаях: при опускании в него коробочки так, чтобы она плавала ( $h_1$ ) и опускании в него коробочки так, чтобы она тонула ( $h_2$ ). Очевидно, что изменение уровня воды в сосуде, в котором уже плавает коробочка, из-за того, что коробочку утопили будет равно

$$\Delta h = h_1 - h_2. \quad (16)$$

Из условия плавания коробочки

$$m_{\text{к}} g = \rho_{\text{в}} g h_1 S \quad \Rightarrow \quad h_1 = \frac{m_{\text{к}}}{\rho_{\text{в}} S}, \quad (17)$$

где  $S$  – площадь дна сосуда. Во втором случае

$$h_2 = \frac{m_k}{\rho_{\text{ж}} S}. \quad (18)$$

Из (17) и (18) находим

$$h_2 = h_1 \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{ж}}}, \quad (19)$$

тогда

$$\Delta h = h_1 - h_2 = h_1 \left( 1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{ж}}} \right) = 1.74 \text{ см}. \quad (20)$$

Ответ: 1.74 см.

#### Критерии оценки

1. Сделан вывод, что искомую величину можно найти как разность изменения уровня воды в двух случаях (16): *3 балла*
  2. Записано условие плавания коробочки и найдено изменение уровня воды (17): *2 балла*
  3. Найдено изменение уровня воды вследствие опускания коробочки в сосуд так, чтобы она утонула (18): *2 балла*
  4. Получен ответ в общем виде (20): *2 балла*
  5. Получен правильный численный ответ: *1 балл*
- Максимальная оценка *10 баллов*