

ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2017-2018

Физика, I тур, вариант 2

РЕШЕНИЯ

Внимание: квант оценки равен 5 (можно ставить только 5, 10, 15 и т. д. баллов)!

Общая рекомендация: При проверке, даже если задача не решена, можно давать 5 баллов за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.

7 класс

1. (40 баллов) Два автомобиля одновременно выезжают навстречу друг другу из разных пунктов и едут со скоростями, отличающимися в 1,5 раза. Один из автомобилей остановился и после стоянки продолжил движение с прежней скоростью до встречи с другим автомобилем. Как соотносятся пути, пройденные автомобилями до встречи, если время стоянки останавливавшегося автомобиля в 3 раза меньше времени его движения?

Ответ: «Быстрый» автомобиль прошел путь в 2 раза больший, если останавливался «медленный», и в 9/8 раза больший, если останавливался «быстрый».

Решение: Обозначим через t время движения до встречи автомобиля, ехавшего без остановки. Тогда время движения другого автомобиля равно $t - T$, где T – время стоянки. По условию задачи $(t - T)/T = 3$, откуда следует, что $t = 4T$. Если останавливался «медленный» автомобиль, то отношение путей равно

$$1,5Vt : V(t - T) = 2,$$

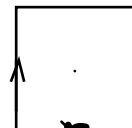
где V – скорость «медленного» автомобиля. Если останавливался «быстрый» автомобиль, то отношение путей равно

$$1,5V(t - T) : Vt = 9/8.$$

Разбалловка: Найдено отношение путей в одном случае – 30 баллов.

Найдено отношение путей в двух случаях – 10 баллов.

2. (30 баллов) Жучок бежит по неподвижному проволочному квадрату со скоростью V . За какое наименьшее время скорость удаления жучка от центра квадрата меняется от нуля до максимального значения? Сторона квадрата равна L .



Ответ: За время $L/(2V)$.

Решение: Когда жучок пробегает середину стороны, скорость его удаления от центра квадрата равна нулю. При приближении жучка к углу квадрата скорость удаления растет и достигает максимума вблизи угла.

Разбалловка: Понято, где скорость удаления равна нулю – 10 баллов.

Понято, где скорость удаления максимальна – 10 баллов

Найдено искомое время – 10 баллов

3. (30 баллов) Известно, что при смешивании 100 мл воды со 100 мл спирта объем смеси составляет 190 мл. Найти плотность смеси, если плотность воды равна 1000 кг/м^3 , а плотность спирта 800 кг/м^3 .

Ответ: Плотность смеси равна $1800 : 1,9 \approx 947 \text{ кг/м}^3$.

Решение: Масса смеси будет равна сумме масс 100 мл воды (0,1 кг) и 100 мл спирта (0,08 кг), т.е. 0,18 кг. Плотность смеси находим, поделив 0,18 кг на объем смеси $1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$.

Разбалловка: Написана формула связи массы, объема и плотности – 5 баллов.

Найдена масса смеси – 10 баллов

Найдена плотность смеси – 15 баллов

8 класс

1. (30 баллов) Два автомобиля одновременно выезжают навстречу друг другу из разных пунктов и едут со скоростями, отличающимися в 1,5 раза. Один из автомобилей остановился и после стоянки продолжил движение с прежней скоростью до встречи с другим автомобилем. Как соотносятся пути, пройденные автомобилями до встречи, если время стоянки останавливавшегося автомобиля в 3 раза меньше времени его движения?

Ответ: «Быстрый» автомобиль прошел путь в 2 раза больший, если останавливался «медленный», и в 9/8 раза больший, если останавливался «быстрый».

Решение: Обозначим через t время движения до встречи автомобиля, ехавшего без остановки. Тогда время движения другого автомобиля равно $t - T$, где T – время стоянки. По условию задачи $(t - T)/T = 3$, откуда следует, что $t = 4T$. Если останавливался «медленный» автомобиль, то отношение путей равно

$$1,5Vt : V(t - T) = 2,$$

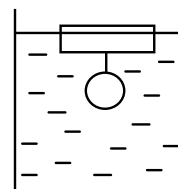
где V – скорость «медленного» автомобиля. Если останавливался «быстрый» автомобиль, то отношение путей равно

$$1,5V(t - T) : Vt = 9/8.$$

Разбалловка: Найдено отношение путей в одном случае – 20 баллов.

Найдено отношение путей в двух случаях – 10 баллов.

2. (40 баллов) В сосуде с водой плавает сплошной кусок льда массой 1,8 кг, к которому на короткой нити прикреплен груз (см. рисунок). Натяжение нити равно 1 Н. Сколько льда должно растаять, чтобы уровень воды в сосуде начал изменяться? Считать, что груз все время прикреплен ко льду. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 , плотность льда 900 кг/м^3 . Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .



Ответ: Должно растаять 0,9 кг льда.

Решение: Уровень воды начнет меняться с того момента, когда нерастаявший лед весь окажется под водой, т.е. плавучесть системы груз-лед обратится в нуль. Запишем условие плавания льда для этого момента:

$$\rho_l V_l g + T = \rho_v V_l g,$$

где g – ускорение свободного падения и сила натяжения T равна 1 Н (неизменность силы натяжения следует из баланса сил, действующих на груз). Отсюда находим массу льда

$$\rho_l V_l = T/[g(\rho_v/\rho_l - 1)] = 0,9 \text{ кг.}$$

Таким образом, масса растаявшего льда также равна 0,9 кг.

Разбалловка: Понято, что уровень воды не меняется до полного погружения льда – 10 баллов.

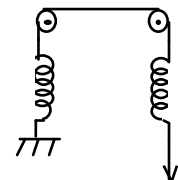
Записано условие плавания при нулевой плавучести – 10 баллов.

Использовано постоянство силы натяжения – 5 баллов.

Найдена масса оставшегося льда – 10 баллов.

Найдена масса растаявшего льда – 5 баллов.

3. (30 баллов) Две легкие пружины с жесткостями 100 Н/м и 200 Н/м скреплены между собой переброшенной через неподвижные блоки нитью, одна из пружин скреплена с полом, а конец другой свободен (см. рисунок). На сколько сместится свободный конец пружины, если к нему приложить силу, равную 2 Н (15 баллов)? Чему при этом будет равно натяжение скрепляющей пружины нити (15 баллов)?



Ответ: Свободный конец пружины сместится на 3 см. Натяжение нити будет равно 2 Н.

Решение: Поскольку обе пружины и нить находятся в покое, на верхний конец правой пружины со стороны нити действует сила 2 Н (это и будет сила натяжения нити), такая же сила действует на верхний конец левой пружины. Следовательно, одна пружина растянется на 1 см, другая – на 2 см. Смещение свободного конца правой пружины равно сумме растяжений, т.е. 3 см.

Разбалловка: Найдено натяжение нити – 15 баллов.

Найдено растяжение каждой пружины – по 5 баллов

Найдено искомое смещение – 5 баллов

9 класс

1. (30 баллов) Шарик скачет над горизонтальной плитой, упруго отражаясь от нее. Во сколько раз увеличится средняя скорость шарика, если на половине максимальной высоты подъема поставить упруго отражающую горизонтальную плоскость?

Ответ: Средняя скорость увеличится в $1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1,7$ раза.

Решение: Средняя скорость шарика за период движения (например, за время между последовательными ударами шарика о плиту) равна средней скорости за время падения шарика (средние скорости при подъеме и падении, очевидно, одинаковы). Поэтому далее будем рассматривать среднюю скорость падения шарика.

Пусть H – первоначальная высота подъема шарика. Время падения с этой высоты составляет $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

Средняя скорость шарика при этом находится как $V_{cp1} = H/t_1 = \sqrt{\frac{gH}{2}}$. После того, как поставили отражающую плоскость, время падения шарика можно найти как разность времен падения с высоты H до плиты и с

высоты H до $H/2$, т.е. $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{H}{g}}$. Тогда средняя скорость падения составит $V_{cp2} = H/(2t_2) =$

$\frac{\sqrt{gH}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}$. В итоге получаем соотношение средних скоростей $V_{cp2}/V_{cp1} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1,7$.

Разбалловка: Написана общая формула для средней скорости – 5 баллов

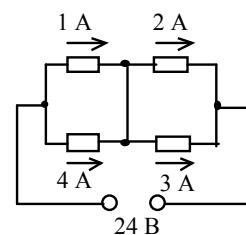
Найдена средняя скорость без отражающей плоскости – 5 баллов.

Найдена средняя скорость с отражающей плоскостью – 15 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (40 баллов) В цепи, приведенной на рисунке, даны токи через резисторы и напряжение источника. Сопротивление перемычки равно нулю. Найти сопротивления резисторов, если известно, что каждое из них равно целому числу омов.

Ответ: Сопротивления резисторов равны (слева-направо и сверху-вниз по картинке) 12 Ом, 6 Ом, 3 Ом, 4 Ом.



Решение: Обозначим через R_1 сопротивление резистора, по которому течет ток 4 А и через R_2 – резистора, через который течет ток 3 А. Тогда сопротивление резистора, через который течет ток 1 А, равно $4R_1$, а резистора, через который течет ток 2 А, равно $3R_2/2$. Сумма напряжений на двух последовательно соединенных резисторах равна напряжению источника, откуда следует уравнение

$$4R_1 + 3R_2 = 24.$$

Единственное целочисленное решение этого уравнения имеет вид $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом. Отсюда находим сопротивления двух остальных резисторов.

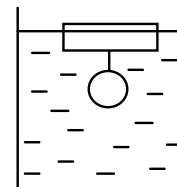
Разбалловка: Понято соотношение между сопротивлениями параллельно

включенных резисторов – 10 баллов.

Составлено уравнение связи R_1 и R_2 – 10 баллов.

Найдено решение уравнения – 20 баллов.

3. (30 баллов) В сосуде с водой плавает сплошной кусок льда массой 1,8 кг, к которому на короткой нити прикреплен груз (см. рисунок). Натяжение нити равно 1 Н. Сколько льда должно растаять, чтобы уровень воды в сосуде начал изменяться? Считать, что груз все время прикреплен ко льду. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 , плотность льда 900 кг/м^3 . Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .



Ответ: Должно растаять 0,9 кг льда.

Решение: Уровень воды начнет меняться с того момента, когда нерастаявший лед весь окажется под водой, т.е. плавучесть системы груз-лед обратится в нуль. Запишем условие плавания льда для этого момента:

$$\rho_{\text{л}} V_{\text{л}} g + T = \rho_{\text{в}} V_{\text{л}} g,$$

где g – ускорение свободного падения и сила натяжения T равна 1 Н (неизменность силы натяжения следует из баланса сил, действующих на груз). Отсюда находим массу льда

$$\rho_{\text{л}} V_{\text{л}} = T/[g(\rho_{\text{в}}/\rho_{\text{л}} - 1)] = 0,9 \text{ кг}.$$

Таким образом, масса растаявшего льда также равна 0,9 кг.

Разбалловка: Понято, что уровень воды не меняется до полного погружения льда – 5 баллов.
 Записано условие плавания при нулевой плавучести – 10 баллов.
 Использовано постоянство силы натяжения – 5 баллов.
 Найдена масса оставшегося льда – 5 баллов.
 Найдена масса растаявшего льда – 5 баллов.

10 класс

1. (30 баллов) Под каким углом к горизонту было брошено тело, если на половине максимальной высоты подъема его скорость оказалась направленной под углом 45° к горизонту?

Ответ: Угол броска равен $\alpha = \arctg\sqrt{2} \approx 55^\circ$.

Решение: Обозначим через V_0 начальную скорость тела и через α искомый угол, под которым тело было брошено. Горизонтальная компонента скорости тела равна $V_0 \cos \alpha$ и не меняется в ходе движения. В момент, когда скорость тела оказалась направленной под углом 45° к горизонту, вертикальная компонента скорости стала равна горизонтальной, т.е. $V_0 \cos \alpha$. Запишем закон сохранения механической энергии при подъеме тела на максимальную высоту H :

$$\frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = mgH$$

и половинную высоту $H/2$:

$$\frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = \frac{mV_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + mg \frac{H}{2}.$$

Исключая из этих уравнений H , получаем $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$.

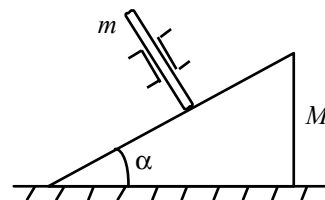
Разбалловка: Понято, что на половинной высоте вертикальная скорость равна начальной горизонтальной – 5 баллов.

Написана связь начальной вертикальной скорости с высотой подъема – 10 баллов.

Написана связь вертикальных скоростей – начальной и на высоте $H/2$ – 10 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (30 баллов) На горизонтальном столе находится клин массы M с углом α при основании. На гладкую наклонную грань клина давит стержень массы m , который из-за направляющих может двигаться только перпендикулярно наклонной грани клина (см. рисунок). Трение между стержнем и направляющими отсутствует. При каком коэффициенте трения между клином и столом клин не будет двигаться?



Ответ: Коэффициент трения должен удовлетворять условию $\mu > \frac{m \cos \alpha \sin \alpha}{M + m \cos^2 \alpha}$.

Решение: Стержень давит на клин с силой $mg \cos \alpha$, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (g – ускорение свободного падения). Горизонтальная компонента этой силы, равная $mg \cos \alpha \sin \alpha$, стремится сдвинуть клин. Этому препятствует сила трения, максимальное значение которой равно μN , где μ – коэффициент трения, а N – сила реакции стола. Учитывая, что $N = Mg + mg \cos^2 \alpha$, и записывая условие неподвижности клина в виде

$$\mu(Mg + mg \cos^2 \alpha) > mg \cos \alpha \sin \alpha,$$

получаем

$$\mu > \frac{m \cos \alpha \sin \alpha}{M + m \cos^2 \alpha}.$$

Разбалловка: Найдена величина силы давления на клин – 5 баллов.

Найдена горизонтальная проекция этой силы – 5 баллов.

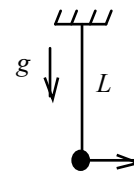
Найдена сила реакции стола – 5 баллов.

Написано выражение μN для предельной силы трения – 5 баллов.

Написано условие неподвижности клина – 5 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

3. (40 баллов) Какую скорость нужно сообщить шарiku, подвешенному на нити длины L (см. рисунок), чтобы вектор его ускорения оказался горизонтальным в момент, когда отклонение нити от вертикали составит угол 45° ? Ускорение свободного падения равно g .



Ответ: Шарiku нужно сообщить скорость $\sqrt{gL\left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$.

Решение: При отклонении нити на угол 45° проекция силы тяжести на перпендикулярное к нити направление сообщает шарiku тангенциальное ускорение $g/\sqrt{2}$. Поскольку полное ускорение шарика по условию направлено горизонтально, то нормальное ускорение шарика также равно $g/\sqrt{2}$, т.е.

$$\frac{V^2}{L} = \frac{g}{\sqrt{2}},$$

где V – скорость шарика. Записывая закон сохранения механической энергии в виде

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgL\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

и исключая V с помощью предыдущего соотношения, находим начальную скорость шарика

$$V_0 = \sqrt{gL\left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}.$$

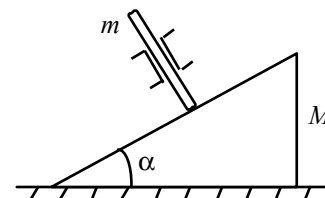
Разбалловка: Найдена величина нормального ускорения – 15 баллов.

Записан закон сохранения энергии – 15 баллов.

Получен правильный ответ – 10 баллов.

11 класс

1. (30 баллов) На горизонтальном столе находится клин массы M с углом α при основании. На гладкую наклонную грань клина давит стержень массы m , который из-за направляющих может двигаться только перпендикулярно наклонной грани клина (см. рисунок). Трение между стержнем и направляющими отсутствует. При каком коэффициенте трения между клином и столом клин не будет двигаться?



Ответ: Коэффициент трения должен удовлетворять условию $\mu > \frac{m \cos \alpha \sin \alpha}{M + m \cos^2 \alpha}$.

Решение: Стержень давит на клин с силой $mg \cos \alpha$, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (g – ускорение свободного падения). Горизонтальная компонента этой силы, равная $mg \cos \alpha \sin \alpha$, «старается» сдвинуть клин. Этому препятствует сила трения, максимальное значение которой равно μN , где μ – коэффициент трения, а N – сила реакции стола. Учитывая, что $N = Mg + mg \cos^2 \alpha$, и записывая условие неподвижности клина в виде

$$\mu(Mg + mg \cos^2 \alpha) > mg \cos \alpha \sin \alpha,$$

получаем

$$\mu > \frac{m \cos \alpha \sin \alpha}{M + m \cos^2 \alpha}.$$

Разбалловка: Найдена величина силы давления на клин – 5 баллов.

Найдена горизонтальная проекция этой силы – 5 баллов.

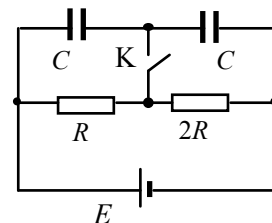
Найдена сила реакции стола – 5 баллов.

Написано выражение μN для предельной силы трения – 5 баллов.

Написано условие неподвижности клина – 5 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (40 баллов) В приведенной на рисунке схеме известны ЭДС батареи E , емкости конденсаторов C и сопротивления резисторов R и $2R$. Какой ток пойдет по перемычке сразу после замыкания ключа K (20 баллов)? Какими будут напряжения на конденсаторах после перехода цепи к стационарному состоянию с замкнутым ключом (20 баллов)? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



Ответ: Сразу после замыкания ключа вверх по перемычке пойдет ток $E/(4R)$. На конденсаторах будут напряжения $E/3$ (на левом) и $2E/3$ (на правом).

Решение: До замыкания ключа на каждом конденсаторе было напряжение $E/2$. Напряжения на конденсаторах останутся такими же и сразу после замыкания ключа. После замыкания ключа резисторы становятся подключенными параллельно конденсаторам, поэтому через них пойдут токи $E/(2R)$ (через левый) и $E/(4R)$ (через правый). Следовательно, половина тока через левый резистор будет ответвляться в перемычку.

В стационарном состоянии через резисторы идет ток $E/(3R)$ и, следовательно, напряжения на них равны $E/3$ (на левом) и $2E/3$ (на правом). Такими же будут и напряжения на подключенных параллельно резисторам конденсаторах.

Разбалловка: Записаны напряжения на конденсаторах до замыкания ключа – 5 баллов.

Понято, что сразу после замыкания напряжения на конденсаторах те же – 5 баллов.

Найдены токи через резисторы сразу после замыкания – 5 баллов.

Найден ток через перемычку – 5 баллов.

Найден ток через резисторы в стационарном состоянии – 10 баллов.

Найдены напряжения на каждом конденсаторе – по 5 баллов за каждый ответ.

3. (30 баллов) Тело прикреплено к стенке пружиной и совершает гармонические колебания, двигаясь по гладкому горизонтальному столу. Во сколько раз изменится амплитуда колебаний, если середину пружины закрепить в момент ее максимального растяжения?

Ответ: Амплитуда колебаний уменьшится в 2 раза.

Решение: Обозначим коэффициент жесткости пружины через k , а амплитуду первоначальных колебаний через A_1 . Тогда энергию первоначальных колебаний можно записать как $kA_1^2/2$. После закрепления середины пружины энергия колебаний уменьшится в 2 раза (половина первоначальной энергии останется в той половине пружины, которая расположена между точкой закрепления и стенкой). Учитывая, что коэффициент жесткости половины пружины равен $2k$, и обозначая амплитуду колебаний после закрепления через A_2 , можно записать соотношение

$$\frac{2kA_2^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{kA_1^2}{2},$$

откуда находим $A_2 = A_1/2$.

Разбалловка: Понято, что энергия незакрепленной половины пружины в 2 раза меньше энергии полной пружины – 10 баллов.

Понято, что жесткость половины пружины вдвое больше, чем полной – 5 баллов.

Составлено уравнение связи амплитуд до и после закрепления – 10 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.