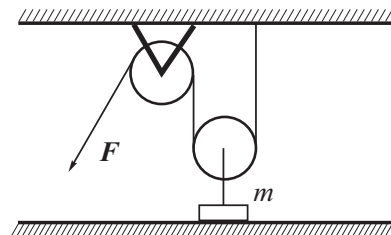


Олимпиада Смарт Старт, 2017-18. Физика. Заключительный этап.  
Решения и критерии

11 класс

1. Для подъема груза массой  $m = 15$  кг используются подвижный и неподвижный блоки. Веревку тянут с силой  $F = 90$  Н. Определить время, за которое груз поднимется на высоту  $H = 1,1$  м. Массы веревки, блоков, трение в осях блоков считать пренебрежимо малыми.



**Решение.**

Запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на вертикальную ось

$$ma = 2F - mg$$

с учетом наличия невесомого подвижного блока. Из кинематики

$$t = \sqrt{\frac{2H}{a}},$$

в результате получаем

$$t = \sqrt{\frac{2Hm}{2F - mg}} \approx 1.05 \text{ с}$$

**Критерии оценки**

Показано, что сила натяжения нити, действующая на груз, равна  $2F$  — 2 балла

Записан второй закон Ньютона для груза — 3 балла

Записано необходимое выражение из кинематики — 2 балла

Получен правильный ответ в общем виде — 2 балла

Получен правильный численный ответ — 1 балл

2. В цилиндре, закрытом поршнем, находятся вода и водяной пар при температуре  $110^\circ\text{C}$ . Объем воды при этом составляет  $0.1\%$  объема цилиндра. При медленном изотермическом расширении к моменту, когда вся вода превратилась в пар, паром была совершена работа  $A = 177$  Дж. Объём, занимаемый паром, при этом увеличился на  $\Delta V = 1.25$  л.

1) Определить давление, при котором производился опыт.

2) Сколько воды и пара было в цилиндре в начальном состоянии.

**Решение.**

Поскольку в сосуде находился насыщенный пар, а температура была постоянной, то постоянным было и давление. Тогда

$$A = p_{\text{п}}\Delta V \Rightarrow p_{\text{п}} = \frac{A}{\Delta V} \approx 1.42 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Пар, образовавшийся из испарившейся воды, занял объем  $\Delta V$

$$p_{\text{п}}\Delta V = \frac{m_{\text{в}}}{M}RT, \quad A = p_{\text{п}}\Delta V \Rightarrow m_{\text{в}} = \frac{MA}{RT} \approx 1 \text{ г}, V_{\text{в}} = 1 \text{ мл}$$

По условию объем цилиндра  $V = 1000V_{\text{в}} = 1$  л. Для исходного состояния пара

$$P_{\text{п}}V_{\text{п}} = \frac{m_{\text{п}}}{M}RT \Rightarrow m_{\text{п}} = \frac{P_{\text{п}}MV_{\text{п}}}{RT} = \frac{P_{\text{п}}MV_{\text{п}}\Delta V}{RT\Delta V} = \frac{AMV_{\text{п}}}{RT\Delta V} \approx 0.8 \text{ г}$$

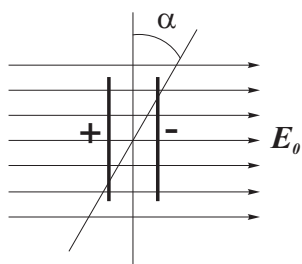
### Критерии оценки

Найдено давление пара — 2 балла

Найдена масса воды — 3 балла

Определен объем цилиндра — 2 балла

Найдена масса пара в начальном состоянии — 3 балла



3. Две жестко связанные между собой одинаковые тонкие диэлектрические пластины, расположенные напротив друг друга на расстоянии, малом по сравнению с линейными размерами пластин, равномерно зарядили равными по величине и противоположными по знаку зарядами. Далее пластины внесли в область однородного электрического поля, расположив перпендикулярно полю (см. рис.) При этом необходимо было совершить работу  $A_1$ .

Затем систему повернули на угол  $\alpha$ , для чего необходимо было совершить работу  $A_2$ . Найти отношение  $A_2/A_1$ , считая известным  $\alpha$ .

### Решение.

В начальный момент энергия электрического поля между пластинами и энергия однородного электрического поля в той области, в которую будут внесены пластины

$$W_1 = \alpha E_0^2 V + \alpha E^2 V,$$

где  $\alpha = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2}$ ,  $E$  — напряженность поля между пластинами. После внесения пластин энергия электрического поля между пластинами

$$W_2 = \alpha (E_0 + E)^2 V.$$

Совершенная работа при внесении пластин

$$A_1 = W_2 - W_1 = 2\alpha E E_0 V$$

После поворота системы на угол  $\alpha$  напряженность поля между пластинами

$$E_1 = \sqrt{E^2 + E_0^2 + 2EE_0 \cos \alpha}$$

и энергия поля между пластинами

$$W_3 = \alpha E_1^2 V = \alpha (E^2 + E_0^2 + 2EE_0 \cos \alpha) V.$$

Работа, совершенная при повороте пластин

$$A_2 = W_3 - W_2 = 2\alpha E E_0 (\cos \alpha - 1) V,$$

отношение работ

$$\frac{A_2}{A_1} = \cos \alpha - 1.$$

### Критерии оценки

Найдена энергия электрического поля в начальный момент — 2 балла

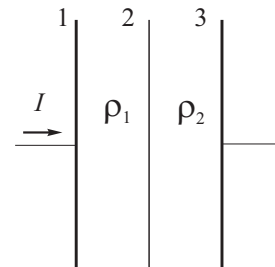
Найдена энергия электрического поля после внесения — 2 балла

Найдена работа при внесении — 2 балла

Найдена напряженность электрического поля после поворота — 2 балла

Найдено отношение работ — 2 балла.

4. Тонкая проводящая пластина 2 расположена между обкладками плоского конденсатора 1 и 3 параллельно им. Пространство между пластинами 1 и 2 заполнено диэлектрической жидкостью с проницаемостью  $\varepsilon$  и удельным сопротивлением  $\rho_1$ , а пространство между пластинами 2 и 3 заполнено диэлектрической жидкостью с такой же проницаемостью  $\varepsilon$  и удельным сопротивлением  $\rho_2$  ( $\rho_2 > \rho_1$ ). Определить величину и направление силы, действующей на пластину 2 со стороны электрического поля, если через конденсатор будет течь постоянный ток  $I$ . Площади пластин 1, 2 и 3 одинаковы и равны  $S$ .



**Решение.**

Рассматриваемую систему можно представить как два последовательно соединённых конденсатора 12 и 23, при этом на пластину 2 будут действовать силы притяжения со стороны электрических полей этих конденсаторов. Тогда результирующая сила

$$F = F_{23} - F_{12}.$$

Для конденсатора 12

$$U_1 = IR_1 = I \frac{\rho_1 d_1}{S}, \Rightarrow q_1 = CU_1 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S I \rho_1 d_1}{S} = \varepsilon \varepsilon_0 I \rho_1 d_1.$$

Аналогично для конденсатора 23

$$U_2 = I \frac{\rho_2 d_2}{S}, \Rightarrow q_2 = \varepsilon \varepsilon_0 I \rho_2 d_2.$$

Поле между обкладками создается зарядами, расположенными на обеих обкладках. При нахождении силы мы рассматриваем заряды одной из обкладок в поле, создаваемом зарядами другой обкладки. Поэтому

$$E_1 = \frac{U_1}{2d_1} = \frac{I \rho_1}{2S}, \quad E_2 = \frac{U_2}{2d_2} = \frac{I \rho_2}{2S}$$

и

$$F = E_2 q_2 - E_1 q_1 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{2S} I^2 (\rho_2^2 d_2^2 - \rho_1^2 d_1^2)$$

Так как  $\rho_2 > \rho_1$ , то результирующая сила будет направлена вправо.

**Критерии оценки**

Предложено рассматривать систему как два последовательно соединённых конденсатора – 2 балла

Сила, действующая на пластину, представлена как суперпозиция двух сил со стороны полей двух конденсаторов — 1 балл

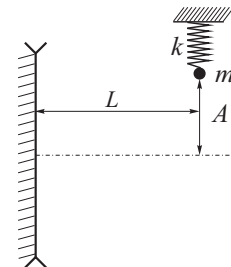
Найдены напряженности полей внутри конденсаторов — 2 балла

Найдены заряды конденсаторов — 2 балла

Получено выражение для силы, действующей на пластину 2 — 2 балла

Указано направление силы — 1 балл

5. Небольшое тело массой  $m$  на пружине жесткости  $k$  совершает гармонические колебания перпендикулярно главной оптической оси плоско-вогнутой линзы с фокусным расстоянием  $-f$  ( $f > 0$ ), так что положение равновесия находится на оси. Плоская поверхность линзы прижата к вертикально расположенному плоскому зеркалу. Расстояние от прямой, вдоль которой колеблется тело, до зеркала  $L = 4.5f$ .



1) На каком расстоянии от зеркала находится изображение колеблющегося тела в данной оптической системе?

2) С какой скоростью изображение тела пересекает главную оптическую ось линзы, если амплитуда колебаний тела равна  $A$ ?

**Решение.**

Поскольку свет проходит через линзу дважды из-за отражения в зеркале, то оптическая сила системы будет равна удвоенной оптической силе линзы. Расстояние до изображения грузика  $x$  найдем по формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{L} - \frac{1}{x} = -\frac{2}{f}, \Rightarrow x = \frac{Lf}{2L + f} = 0.45f,$$

при этом увеличение

$$\Gamma = \frac{x}{L} = 0.1.$$

Амплитуда колебаний изображения

$$A' = \Gamma A = 0.1A,$$

амплитуды скорости

$$v_m = \omega A, \quad v'_m = \omega A'$$

и

$$v'_m = 0.1 \sqrt{\frac{k}{m}} A.$$

**Критерии оценки**

Найдена оптическая сила системы — 2 балла

Найдено положение изображения — 2 балла

Найдено увеличение — 1 балл

Найдена амплитуда колебаний изображения — 2 балла

Записана связь между амплитудой координаты и скорости — 1 балл

Получен ответ — 2 балла

# Олимпиада Смарт Старт, 2017-18. Физика. Заключительный этап.

## 10 класс

1. Шарику плотности  $\rho_{\text{ш}} = 0.4 \text{ г/см}^3$ , погруженному в воду на глубину  $h = 1 \text{ м}$ , сообщают горизонтальную скорость  $v_0 = 4 \text{ м/с}$ . Какое расстояние  $l$  по горизонтали шарик пройдет в воде? Сопротивлением воды пренебречь.

### Решение.

На шарик будут действовать сила тяжести и сила Архимеда, ускорение шарика будет направлено вертикально вверх

$$ma = F_a - mg, \Rightarrow \rho_{\text{ш}}Va = \rho_{\text{в}}Vg - \rho_{\text{ш}}gV,$$

$$a = \frac{g}{\rho_{\text{ш}}}(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{ш}}).$$

Раскладывая движение шарика на движение по вертикали и горизонтали, получаем

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad s = v_0t.$$

В результате

$$s = v_0 \sqrt{\frac{2h\rho_{\text{ш}}}{g(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{ш}})}} = 1.5 \text{ м}.$$

### Критерии оценки

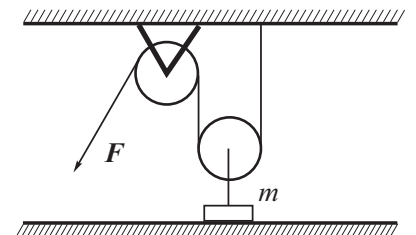
Найдено ускорение шарика – 4 балла

Записаны необходимые кинематические выражения — 3 балла

Получен ответ в общем виде — 2 балла

Получен правильный численный ответ — 1 балл

2. Для подъема груза массой  $m = 15 \text{ кг}$  используются подвижный и неподвижный блоки. Веревку тянут с силой  $F = 90 \text{ Н}$ . Определить время, за которое груз поднимется на высоту  $H = 1,1 \text{ м}$ . Массы веревки, блоков, трение в осях блоков считать пренебрежимо малыми.



### Решение.

Запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на вертикальную ось

$$ma = 2F - mg$$

с учетом наличия невесомого подвижного блока. Из кинематики

$$t = \sqrt{\frac{2H}{a}},$$

в результате получаем

$$t = \sqrt{\frac{2Hm}{2F - mg}} \approx 1.05 \text{ с}$$

### Критерии оценки

Показано, что сила натяжения нити, действующая на груз, равна  $2F$  — 2 балла

Записан второй закон Ньютона для груза — 3 балла  
 Записано необходимое выражение из кинематики — 2 балла  
 Получен правильный ответ в общем виде — 2 балла  
 Получен правильный численный ответ — 1 балл

3. В цилиндре, закрытом поршнем, находятся вода и водяной пар при температуре  $110^\circ\text{C}$ . Объем воды при этом составляет  $0.1\%$  объема цилиндра. При медленном изотермическом расширении к моменту, когда вся вода превратилась в пар, паром была совершена работа  $A = 177$  Дж. Объём, занимаемый паром, при этом увеличился на  $\Delta V = 1.25$  л.

- 1) Определить давление, при котором производился опыт.
- 2) Сколько воды и пара было в цилиндре в начальном состоянии.

**Решение.**

Поскольку в сосуде находился насыщенный пар, а температура была постоянной, то постоянным было и давление. Тогда

$$A = p_{\text{п}}\Delta V \Rightarrow p_{\text{п}} = \frac{A}{\Delta V} \approx 1.42 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Пар, образовавшийся из испарившейся воды, занял объем  $\Delta V$

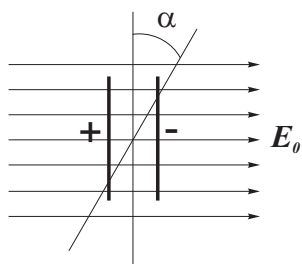
$$p_{\text{п}}\Delta V = \frac{m_{\text{в}}}{M}RT, \quad A = p_{\text{п}}\Delta V \Rightarrow m_{\text{в}} = \frac{MA}{RT} \approx 1 \text{ г}, V_{\text{в}} = 1 \text{ мл}$$

По условию объем цилиндра  $V = 1000V_{\text{в}} = 1$  л. Для исходного состояния пара

$$P_{\text{п}}V_{\text{п}} = \frac{m_{\text{п}}}{M}RT \Rightarrow m_{\text{п}} = \frac{P_{\text{п}}MV_{\text{п}}}{RT} = \frac{P_{\text{п}}M\Delta V}{RT\Delta V} = \frac{AMV_{\text{п}}}{RT\Delta V} \approx 0.8 \text{ г}$$

**Критерии оценки**

Найдено давление пара — 2 балла  
 Найдена масса воды — 3 балла  
 Определен объем цилиндра — 2 балла  
 Найдена масса пара в начальном состоянии — 3 балла



4. Две жестко связанные между собой одинаковые тонкие диэлектрические пластины, расположенные напротив друг друга на расстоянии, малом по сравнению с линейными размерами пластин, равномерно зарядили равными по величине и противоположными по знаку зарядами. Далее пластины внесли в область однородного электрического поля, расположив перпендикулярно полю (см. рис.) При этом необходимо было совершить работу  $A_1$ .

Затем систему повернули на угол  $\alpha$ , для чего необходимо было совершить работу  $A_2$ . Найти отношение  $A_2/A_1$ , считая известным  $\alpha$ .

**Решение.**

В начальный момент энергия электрического поля между пластинами и энергия однородного электрического поля в той области, в которую будут внесены пластины

$$W_1 = \alpha E_0^2 V + \alpha E^2 V,$$

где  $\alpha = \frac{\epsilon\epsilon_0}{2}$ ,  $E$  — напряженность поля между пластинами. После внесения пластин энергия электрического поля между пластинами

$$W_2 = \alpha(E_0 + E)^2 V.$$

Совершенная работа при внесении пластин

$$A_1 = W_2 - W_1 = 2\alpha EE_0V$$

После поворота системы на угол  $\alpha$  напряженность поля между пластинами

$$E_1 = \sqrt{E^2 + E_0^2 + 2EE_0 \cos \alpha}$$

и энергия поля между пластинами

$$W_3 = \alpha E_1^2 V = \alpha(E^2 + E_0^2 + 2EE_0 \cos \alpha)V.$$

Работа, совершенная при повороте пластин

$$A_2 = W_3 - W_2 = 2\alpha EE_0(\cos \alpha - 1)V,$$

отношение работ

$$\frac{A_2}{A_1} = \cos \alpha - 1.$$

### Критерии оценки

Найдена энергия электрического поля в начальный момент — 2 балла

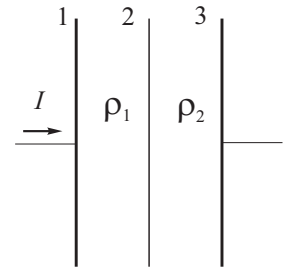
Найдена энергия электрического поля после внесения — 2 балла

Найдена работа при внесении — 2 балла

Найдена напряженность электрического поля после поворота — 2 балла

Найдено отношение работ — 2 балла.

5. Тонкая проводящая пластина 2 расположена между обкладками плоского конденсатора 1 и 3 параллельно им. Пространство между пластинами 1 и 2 заполнено диэлектрической жидкостью с проницаемостью  $\varepsilon$  и удельным сопротивлением  $\rho_1$ , а пространство между пластинами 2 и 3 заполнено диэлектрической жидкостью с такой же проницаемостью  $\varepsilon$  и удельным сопротивлением  $\rho_2$  ( $\rho_2 > \rho_1$ ). Определить величину и направление силы, действующей на пластину 2 со стороны электрического поля, если через конденсатор будет течь постоянный ток  $I$ . Площади пластин 1, 2 и 3 одинаковы и равны  $S$ .



### Решение.

Рассматриваемую систему можно представить как два последовательно соединённых конденсатора 12 и 23, при этом на пластину 2 будут действовать силы притяжения со стороны электрических полей этих конденсаторов. Тогда результирующая сила

$$F = F_{23} - F_{12}.$$

Для конденсатора 12

$$U_1 = IR_1 = I \frac{\rho_1 d_1}{S}, \Rightarrow q_1 = CU_1 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_1} \frac{I \rho_1 d_1}{S} = \varepsilon \varepsilon_0 I \rho_1.$$

Аналогично для конденсатора 23

$$U_2 = I \frac{\rho_2 d_2}{S}, \Rightarrow q_2 = \varepsilon \varepsilon_0 I \rho_2.$$

Поле между обкладками создается зарядами, расположенными на обеих обкладках. При нахождении силы мы рассматриваем заряды одной из обкладок в поле, создаваемом зарядами другой обкладки. Поэтому

$$E_1 = \frac{U_1}{2d_1} = \frac{I\rho_1}{2S}, \quad E_2 = \frac{U_2}{2d_2} = \frac{I\rho_2}{2S}$$

и

$$F = E_2q_2 - E_1q_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2S}I^2(\rho_2^2 - \rho_1^2)$$

Так как  $\rho_2 > \rho_1$ , то результирующая сила будет направлена вправо.

### **Критерии оценки**

Предложено рассматривать систему как два последовательно соединенных конденсатора — 2 балла

Сила, действующая на пластину, представлена как суперпозиция двух сил со стороны полей двух конденсаторов — 1 балл

Найдены напряженности полей внутри конденсаторов — 2 балла

Найдены заряды конденсаторов — 2 балла

Получено выражение для силы, действующей на пластину 2 — 2 балла

Указано направление силы — 1 балл



# Олимпиада Смарт Старт, 2017-18. Физика. Заключительный этап.

## 9 класс

1. Шарику плотности  $\rho_{\text{ш}} = 0.4 \text{ г/см}^3$ , погруженному в воду на глубину  $h = 1 \text{ м}$ , сообщают горизонтальную скорость  $v_0 = 4 \text{ м/с}$ . Какое расстояние  $l$  по горизонтали шарик пройдет в воде? Сопротивлением воды пренебречь.

### Решение.

На шарик будут действовать сила тяжести и сила Архимеда, ускорение шарика будет направлено вертикально вверх

$$ma = F_a - mg, \Rightarrow \rho_{\text{ш}}Va = \rho_{\text{в}}Vg - \rho_{\text{ш}}gV,$$

$$a = \frac{g}{\rho_{\text{ш}}}(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{ш}}).$$

Раскладывая движение шарика на движение по вертикали и горизонтали, получаем

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad s = v_0t.$$

В результате

$$s = v_0 \sqrt{\frac{2h\rho_{\text{ш}}}{g(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{ш}})}} = 1.5 \text{ м}.$$

### Критерии оценки

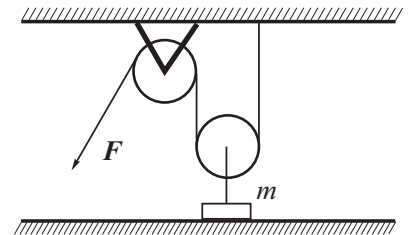
Найдено ускорение шарика – 4 балла

Записаны необходимые кинематические выражения — 3 балла

Получен ответ в общем виде — 2 балла

Получен правильный численный ответ — 1 балл

2. Для подъема груза массой  $m = 15 \text{ кг}$  используются подвижный и неподвижный блоки. Веревку тянут с силой  $F = 90 \text{ Н}$ . Определить время, за которое груз поднимется на высоту  $H = 1,1 \text{ м}$ . Массы веревки, блоков, трение в осях блоков считать пренебрежимо малыми.



### Решение.

Запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на вертикальную ось

$$ma = 2F - mg$$

с учетом наличия невесомого подвижного блока. Из кинематики

$$t = \sqrt{\frac{2H}{a}},$$

в результате получаем

$$t = \sqrt{\frac{2Hm}{2F - mg}} \approx 1.05 \text{ с}$$

### Критерии оценки

Показано, что сила натяжения нити, действующая на груз, равна  $2F$  — 2 балла

Записан второй закон Ньютона для груза — 3 балла  
Записано необходимое выражение из кинематики — 2 балла  
Получен правильный ответ в общем виде — 2 балла  
Получен правильный численный ответ — 1 балл

3. По гладкой горизонтальной поверхности навстречу друг другу движутся две упругие шайбы массой  $m = 350$  г каждая. Скорости шайб  $v_1 = 9$  м/с,  $v_2 = 11$  м/с. Найдите максимальное значение энергии упругой деформации шайб при их центральном столкновении.

**Решение.**

Максимальное значение упругой деформации соответствует нулевой относительной скорости шайб, т.е. скорости шайб будут одинаковы по модулю и направлены в одну сторону. Запишем закон сохранения импульса

$$mv_2 - mv_1 = 2mu$$

и закон сохранения энергии

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{2mu^2}{2} + E_{\text{упр}}.$$

В результате получаем

$$E_{\text{упр}} = \frac{m(v_1 + v_2)^2}{4} = 35 \text{ Дж.}$$

**Критерии оценки**

Понято, когда и при каких условиях энергия упругой деформации будет максимальной — 3 балла

Записан закон сохранения импульса — 2 балла

Записан закон сохранения энергии — 2 балла

Получен ответ в общем виде — 2 балла

Получен правильный численный ответ — 1 балл

4. В двух сосудах находится вода, ее температура  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . В воде плавают кусочки льда. Объем льда в первом сосуде  $V_1 = 22$  см<sup>3</sup>, во втором —  $V_2 = 28$  см<sup>3</sup>. Сосуды одновременно начали нагревать. В каком сосуде лед растает раньше, если мощности нагревателей  $P_1 = 0,4$  кВт и  $P_2 = 0,48$  кВт, а их КПД  $\eta_1 = 0,47$  и  $\eta_2 = 0,5$  соответственно.

**Решение.**

Для первого и второго сосудов

$$\lambda\rho V_1 = \eta_1 P_1 \tau_1, \quad \lambda\rho V_2 = \eta_2 P_2 \tau_2.$$

Отсюда

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{V_1 \eta_2 P_2}{V_2 \eta_1 P_1} = 1$$

**Критерии оценки**

Правильно учтено КПД нагревателей — 3 балла

Записан закон сохранения энергии для нагревания льда в обоих сосудах — 3 балла

Получен ответ в общем виде — 3 балла

Получен правильный численный ответ — 1 балл

5. Напряжение на выходе электростанции равно  $U_0 = 10$  кВ. Электроэнергию необходимо передать потребителю, находящемуся на расстоянии  $L = 500$  км. Мощность, передаваемая потребителю, должна быть равна  $P = 100$  кВт. При этом в линии электропередач потери напряжения не должны превышать  $\alpha = 4$  %. Определить массу меди, необходимую для изготовления проводов линии от электростанции до потребителя, если плотность меди  $\rho_m = 8900$  кг/м<sup>3</sup>, удельное сопротивление  $\gamma = 1.7 \cdot 10^{-8}$  Ом · м.

**Решение.**

Напряжение на потребителе  $U_1 = (1 - \alpha)U_0$ , мощность  $P = IU_1 = I(1 - \alpha)U_0$ , падение напряжения на проводах линии  $U_2 = \alpha U_0$ . Таким образом, по закону Ома

$$U_2 = IR_{\text{пр}}, \quad \alpha U_0 = \frac{P}{(1 - \alpha)U_0} \gamma \frac{2L}{S}$$

В результате получаем

$$m = \rho S 2L = \frac{4\rho L^2 P \gamma}{\alpha(1 - \alpha)U_0^2} \approx 4 \cdot 10^6 \text{ кг.}$$

**Критерии оценки**

Найдены напряжения на потребителе и на сопротивлении линии – 3 балла

Записан закон Ома для линии – 3 балла

Получен ответ в общем виде – 3 балла

Получен правильный численный ответ – 1 балл

## Олимпиада Смарт Старт, 2017-18. Физика. Заключительный этап.

### 8 класс

1. Полый шар внешним радиусом  $R_1$  и внутренним  $R_2$ , изготовленный из материала плотностью  $\rho_1$ , плавает на поверхности жидкости плотностью  $\rho_2$ . Веществом какой плотности  $\rho$  следует заполнить внутреннюю полость шара, чтобы он плавал, полностью погруженным в жидкость?

**Решение.**

Условие плавания тела, полностью погруженным в жидкость

$$mg = \rho_2 g V,$$

где

$$m = \rho_1 \frac{4\pi}{3} (R_1^3 - R_2^3) + \rho \frac{4\pi}{3} R_2^3, \quad V = \frac{4\pi}{3} R_1^3.$$

В результате

$$\rho = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) \frac{R_1^3}{R_2^3}.$$

### Критерии оценки

Записано условие плавания — 2 балла

Получены выражения для массы и объема — 4 балла

Получен ответ в общем виде — 4 балла

2. В двух сосудах находится вода, ее температура  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . В воде плавают кусочки льда. Объем льда в первом сосуде  $V_1 = 22 \text{ см}^3$ , во втором —  $V_2 = 28 \text{ см}^3$ . Сосуды одновременно начали нагревать. В каком сосуде лед растает раньше, если мощности нагревателей  $P_1 = 0,4 \text{ кВт}$  и  $P_2 = 0,48 \text{ кВт}$ , а их КПД  $\eta_1 = 0,47$  и  $\eta_2 = 0,5$  соответственно.

**Решение.**

Для первого и второго сосудов

$$\lambda \rho V_1 = \eta_1 P_1 \tau_1, \quad \lambda \rho V_2 = \eta_2 P_2 \tau_2.$$

Отсюда

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{V_1 \eta_2 P_2}{V_2 \eta_1 P_1} = 1$$

### Критерии оценки

Правильно учтено КПД нагревателей — 3 балла

Записан закон сохранения энергии для нагревания льда в обоих сосудах — 3 балла

Получен ответ в общем виде — 3 балла

Получен правильный численный ответ — 1 балл

3. Напряжение на выходе электростанции равно  $U_0 = 10 \text{ кВ}$ . Электроэнергию необходимо передать потребителю, находящемуся на расстоянии  $L = 500 \text{ км}$ . Мощность, передаваемая потребителю, должна быть равна  $P = 100 \text{ кВт}$ . При этом в линии электропередач потери напряжения не должны превышать  $\alpha = 4 \%$ . Определить массу меди, необходимую для изготовления проводов линии от электростанции до потребителя, если плотность меди  $\rho_m = 8900 \text{ кг/м}^3$ , удельное сопротивление  $\gamma = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

**Решение.**

Напряжение на потребителе  $U_1 = (1 - \alpha)U_0$ , мощность  $P = IU_1 = I(1 - \alpha)U_0$ , падение напряжения на проводах линии  $U_2 = \alpha U_0$ . Таким образом, по закону Ома

$$U_2 = IR_{\text{пр}}, \quad \alpha U_0 = \frac{P}{(1 - \alpha)U_0} \gamma \frac{2L}{S}$$

В результате получаем

$$m = \rho S 2L = \frac{4\rho L^2 P \gamma}{\alpha(1 - \alpha)U_0^2} \approx 4 \cdot 10^6 \text{ кг.}$$

**Критерии оценки**

Найдены напряжения на потребителе и на сопротивлении линии – 3 балла

Записан закон Ома для линии — 3 балла

Получен ответ в общем виде — 3 балла

Получен правильный численный ответ — 1 балл

4. Для охлаждения тепловой машины используется вода, расход которой составляет  $p = 15$  л/с, температура на входе  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ , температура на выходе  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ . В машине сжигается  $m = 180$  кг угля за  $\tau = 1$  ч. Определить, какую часть тепла, выделяющегося при сгорании угля, уносит вода. Удельная теплоемкость воды  $c_{\text{в}} = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ , плотность воды  $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , удельная теплота сгорания угля  $q = 30 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$ .

**Решение.**

Количество теплоты, уносимое водой в единицу времени

$$Q_{\text{в}} = p\rho c(t_2 - t_1),$$

количество теплоты, выделяющееся при сгорании угля в единицу времени

$$Q_{\text{у}} = \frac{qm}{\tau}.$$

Вода уносит часть тепла

$$\alpha = \frac{\tau p \rho c (t_2 - t_1)}{qm} = 0.42.$$

**Критерии оценки**

Найдено количество теплоты, уносимое водой — 4 балла

Получено выражение для теплоты, выделяющейся при сгорании угля – 2 балла

Получен ответ в общем виде — 3 балла

Получен правильный численный ответ — 1 балл

5. Колонна грузовых автомобилей, движущаяся со скоростью  $v_1 = 90$  км/ч, въезжает на ремонтируемый участок дороги, по которому автомобили могут двигаться со скоростью не более  $v_2 = 18$  км/ч. Какую минимальную дистанцию должны соблюдать водители, чтобы не допустить столкновения, если длина каждого автомобиля равна  $l = 15$  м? Считать, что скорости автомобилей изменяются практически мгновенно при достижении ремонтируемого участка.

**Решение.**

Время, затрачиваемое на въезд одного автомобиля на ремонтируемый участок

$$\tau = \frac{l}{v_2},$$

относительная скорость автомобилей

$$v_{12} = v_1 - v_2,$$

минимальная дистанция

$$s = v_{12}\tau = (v_1 - v_2)\frac{l}{v_2} = 60 \text{ м}$$

**Критерии оценки**

Найдено время, затрачиваемое на въезд — 2 балла

Найдена относительная скорость — 4 балла

Получен ответ в общем виде — 3 балла

Получен правильный численный ответ — 1 балл