Олимпиада Смарт Старт – 2018-19. Физика. Отборочный этап.
Решения и критерии

8 класс

1. В школьной физической лаборатории был поставлен следующий опыт. В большую емкость с водой, температура которой $t_0 = 0°C$, пустили плавать плоскую льдину. На поверхность льдины стали накладывать кусочки сахара до тех пор, пока льдина оставалась на плаву. Оказалось, что максимальная масса сахара, который может удержать льдина так, чтобы он после опыта имел исходный вид, равна $m_1 = 100\,г$. Затем сахар сняли, а льдину достали и охладили до температуры $t = -22°C$ и снова опустили в ту же емкость с водой, имеющей температуру $t_0 = 0°C$. Определить максимальную массу хоккейной шайбы, которую после установления теплового равновесия сможет удержать льдина, не потонув. Шайба изготовлена из резины плотностью $\rho_p = 1,25\,г/см^3$. Плотность воды $\rho_0 = 1,0\,г/см^3$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330\,кДж/кг$, удельная теплоемкость льда $c = 2,1\,кДж/(кг \cdot° C)$. Температура шайбы $t_0 = 0°C$.

Решение

Чтобы сахар после опыта имел исходный вид, он не должен погружаться в воду, поэтому запишем условие плавания в виде:

$$(m_1 + m_{льда})g = \rho_0 g V_{льда}. \tag{1}$$

Отсюда

$$m_1 = \left(\frac{\rho_0}{\rho_л} - 1\right) m_{льда}, \tag{2}$$

где $\rho_л$ – плотность льда.

При погружении в воду льда, охлажденного до $t = -22°C$, при достижении теплового равновесия его масса увеличится на $\Delta m_{льда}$. Массу $\Delta m_{льда}$ найдем из уравнения теплового баланса $|Q_{отд}| = |Q_{получ}|$:

$$\lambda \Delta m_{льда} = c m_{льда}(t_0 - t). \tag{3}$$

С учетом (2), получим:

$$\Delta m_{льда} = \frac{c}{\lambda} \frac{\rho_л m_1 (t_0 - t)}{(\rho_0 - \rho_л)}. \tag{4}$$

Новая масса льда:

$$m'_{льда} = m_{льда} + \Delta m_{льда} =$$
$$= m_{льда}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right) = \frac{\rho_л m_1}{(\rho_0 - \rho_л)}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right). \tag{5}$$

Учитывая, что резина в воде не растворяется, найдем максимальную массу хоккейной шайбы $m_ш$, которую льдина сможет удержать, не потонув:

$$(m_ш + m'_{льда})g = \rho_0 g (V_ш + V'_{льда}). \tag{6}$$

После несложных преобразований, приходим к соотношению:

$$\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_p}\right) m_ш = \left(\frac{\rho_0}{\rho_л} - 1\right) m'_{льда}. \tag{7}$$

Подставляя в последнее выражение формулу (5), находим:

$$m_{\text{ш}} = \frac{\rho_p m_1}{\rho_p - \rho_0}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right) = \tag{8}$$

$$= \frac{1,25\,\text{г/см}^3 \cdot 100\,\text{г}}{1,25\,\text{г/см}^3 - 1,0\,\text{г/см}^3}\left(1 + \frac{2,1\,\text{кДж/(кг}\cdot^\circ\text{C)} \cdot 22^\circ\text{C}}{330\,\text{кДж/кг}}\right) = 570\,\text{г}. \tag{9}$$

Критерии оценивания
Условие плавания льда в случае, когда на него поместили сахар – 2 балла
Уравнение теплового баланса – 2 балла
Условие плавания льда в случае, когда на него поместили шайбу – 2 балла
Ответ в общем виде – 3 балла
Численный ответ – 1 балл

2. К источнику постоянного напряжения подключен резистор сопротивлением $R = 5\,\text{Ом}$. Для измерения силы тока в цепь включили амперметр с внутренним сопротивлением $r = 2,5\,\text{Ом}$, и он показал силу тока $I = 2\,\text{А}$. Какова была сила тока в цепи до включения амперметра?

Решение

Пусть источник дает напряжение $U_{\text{общ}}$. Тогда, согласно закону Ома, до включения амперметра справедливо соотношение:

$$U_{\text{общ}} = I_0 R, \tag{10}$$

где I_0 – искомая сила тока. С другой стороны после включения амперметра в цепь:

$$U_{\text{общ}} = I(R + r). \tag{11}$$

Из этих двух соотношений находим I_0:

$$I_0 = I\frac{R + r}{R} = 2\,\text{А} \cdot \frac{5\,\text{Ом} + 2,5\,\text{Ом}}{5\,\text{Ом}} = 3\,\text{А}. \tag{12}$$

Критерии оценивания
Закон Ома для первого случая – 4 балла
Закон Ома для второго случая – 4 балла
Получено выражение для силы тока в общем виде – 1 балл
Численный ответ – 1 балл

3. В школьной физической лаборатории любознательным учеником были проведены следующие опыты. Сосуд с водой, масса которой $m_1 = 100\,\text{г}$ и температура $t_1 = 0^\circ\text{C}$, был подвешен посередине комнаты. Через $\tau_1 = 15\,\text{мин}$ температура воды поднялась до $t_2 = 2^\circ\text{C}$. В другой раз в тот же сосуд вместо воды поместили лед массой $m_2 = 100\,\text{г}$ при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$. В тех же условиях лед растаял за $\tau_2 = 10\,\text{ч}$. По этим данным ученик рассчитал удельную теплоту плавления льда, считая известной удельную теплоемкость воды $c = 4200\,\text{Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$. Какое значение удельной теплоты плавления льда получил ученик?

Решение

Так как температура сосуда либо равна 0°C, либо близка к 0°C, будем считать мощность нагрева сосуда воздухом P_H постоянной:

$$P_H = \alpha(t_{\text{воздуха}} - t_{\text{сосуда}})S_{\text{пов.с.}} \approx const, \tag{13}$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $S_{\text{пов.с.}}$ – площадь поверхности теплообмена.

Тогда уравнение теплового баланса можем записать в виде (теплоемкостью сосуда пренебрегаем):

$$\begin{cases} P_H\tau_1 = cm_1(t_2 - t_1), \\ P_H\tau_2 = \lambda m_2. \end{cases} \tag{14}$$

Разделим второе уравнение на первое:

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{\lambda m_2}{cm_1(t_2 - t_1)}. \tag{15}$$

Отсюда находим удельную теплоту плавления льда λ:

$$\lambda = \frac{cm_1(t_2 - t_1)}{m_2} \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1} =$$

$$= 4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}} \cdot 2^\circ\text{C} \cdot \frac{10\cdot 60\,\text{мин}}{15\,\text{мин}} = 336\,000\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = 336\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}. \tag{16}$$

Критерии оценивания

Использовано постоянство мощности нагрева сосуда воздухом – 2 балла
Уравнение теплового баланса для процесса нагревании воды – 2 балла
Уравнение теплового баланса для процесса таяния льда – 2 балла
Получен ответ в общем виде – 3 балла
Численные ответ – 1 балл

4. На мясном рынке “предприимчивый” продавец использует самодельные неравноплечие весы, позволяя покупателю самому взвесить товар не более 2-х раз. Мясо кладется на определенную чашу и его нельзя снимать до оплаты. Пустые весы находятся в равновесии. В распоряжение покупателей предоставляется набор гирь. Как определить массу мяса, которое вы решили купить?

Решение

Обозначим плечи весов L_1 и L_2, причем $L_1 \neq L_2$. Пусть мясо массой m_0 лежит на первой чаше весов. Тогда при первом взвешивании уравновесим мясо, положив на вторую чашу гири суммарной массой m_1. Условие равновесия весов принимает тогда вид:

$$\frac{m_0 g}{m_1 g} = \frac{L_2}{L_1}. \tag{17}$$

Второе взвешивание проведем так: дополнительно к мясу поставим одну или несколько гирь суммарной массой m_2 и уравновесим весы, поместив гири массой m_3 на другую чашу. Снова запишем условие равновесия:

$$\frac{(m_0 + m_2)g}{m_3 g} = \frac{L_2}{L_1}. \tag{18}$$

Из формул (17) и (18) следует соотношение:

$$\frac{m_0}{m_1} = \frac{m_0 + m_2}{m_3}. \tag{19}$$

После несложных преобразований получаем формулу для расчета массы мяса m_0:

$$m_0 = \frac{m_1 m_2}{m_3 - m_1}. \tag{20}$$

Критерии оценивания
Указано как необходимо произвести взвешивания – 3 балла
Записано условие равновесия весов в каждом случае – 4 балла
Получена общая формула для расчета массы мяса – 3 балла

Олимпиада Смарт Старт – 2018-19. Физика. Отборочный этап.
Решения и критерии

9 класс

1. В школьной физической лаборатории был поставлен следующий опыт. В большую емкость с водой, температура которой $t_0 = 0°$C, пустили плавать плоскую льдину. На поверхность льдины стали накладывать кусочки сахара до тех пор, пока льдина оставалась на плаву. Оказалось, что максимальная масса сахара, который может удержать льдина так, чтобы он после опыта имел исходный вид, равна $m_1 = 100$ г. Затем сахар сняли, а льдину достали и охладили до температуры $t = -22°$C и снова опустили в ту же емкость с водой, имеющей температуру $t_0 = 0°$C. Определить максимальную массу хоккейной шайбы, которую после установления теплового равновесия сможет удержать льдина, не потонув. Шайба изготовлена из резины плотностью $\rho_p = 1,25$ г/см^3. Плотность воды $\rho_0 = 1,0$ г/см^3, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг, удельная теплоемкость льда $c = 2,1$ кДж/(кг $\cdot°$ C). Температура шайбы $t_0 = 0°$C.

Решение

Чтобы сахар после опыта имел исходный вид, он не должен погружаться в воду, поэтому запишем условие плавания в виде:

$$(m_1 + m_{\text{льда}})g = \rho_0 g V_{\text{льда}}. \tag{21}$$

Отсюда

$$m_1 = \left(\frac{\rho_0}{\rho_{\text{л}}} - 1\right) m_{\text{льда}}, \tag{22}$$

где $\rho_{\text{л}}$ – плотность льда.

При погружении в воду льда, охлажденного до $t = -22°$C, при достижении теплового равновесия его масса увеличится на $\Delta m_{\text{льда}}$. Массу $\Delta m_{\text{льда}}$ найдем из уравнения теплового баланса $|Q_{\text{отд}}| = |Q_{\text{получ}}|$:

$$\lambda \Delta m_{\text{льда}} = c m_{\text{льда}}(t_0 - t). \tag{23}$$

С учетом (22), получим:

$$\Delta m_{\text{льда}} = \frac{c}{\lambda}\frac{\rho_{\text{л}} m_1 (t_0 - t)}{(\rho_0 - \rho_{\text{л}})}. \tag{24}$$

Новая масса льда:

$$m'_{\text{льда}} = m_{\text{льда}} + \Delta m_{\text{льда}} =$$
$$= m_{\text{льда}}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right) = \frac{\rho_{\text{л}} m_1}{(\rho_0 - \rho_{\text{л}})}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right). \tag{25}$$

Учитывая, что резина в воде не растворяется, найдем максимальную массу хоккейной шайбы $m_{\text{ш}}$, которую льдина сможет удержать, не потонув:

$$(m_{\text{ш}} + m'_{\text{льда}})g = \rho_0 g (V_{\text{ш}} + V'_{\text{льда}}). \tag{26}$$

После несложных преобразований, приходим к соотношению:

$$\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_p}\right) m_{\text{ш}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_{\text{л}}} - 1\right) m'_{\text{льда}}. \tag{27}$$

Подставляя в последнее выражение формулу (25), находим:

$$m_{\text{ш}} = \frac{\rho_p m_1}{\rho_p - \rho_0}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right) = \tag{28}$$

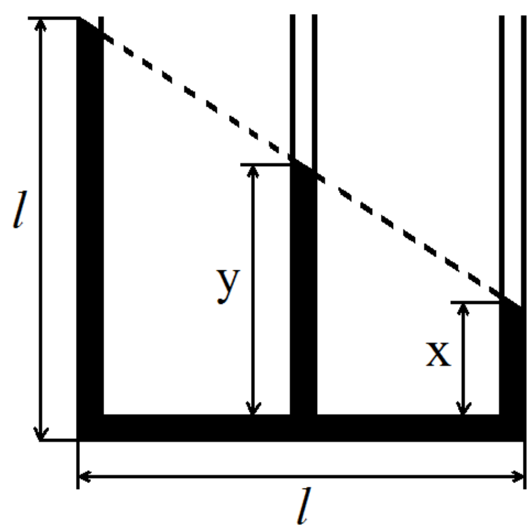
$$= \frac{1,25\,\text{г/см}^3 \cdot 100\,\text{г}}{1,25\,\text{г/см}^3 - 1,0\,\text{г/см}^3}\left(1 + \frac{2,1\,\text{кДж/(кг}\cdot{}^\circ\,\text{C)} \cdot 22^\circ\text{C}}{330\,\text{кДж/кг}}\right) = 570\,\text{г}. \tag{29}$$

Критерии оценивания
Условие плавания льда в случае, когда на него поместили сахар – 2 балла
Уравнение теплового баланса – 2 балла
Условие плавания льда в случае, когда на него поместили шайбу – 2 балла
Ответ в общем виде – 3 балла
Численный ответ – 1 балл

2. Тройник из трех вертикальных открытых в атмосферу трубок и одной горизонтальной трубки, имеющий форму буквы “Ш”, целиком заполнен водой. После того как тройник стали двигать в горизонтальном направлении с некоторым постоянным ускорением a (вектор ускорения и тройник лежат в одной плоскости), из него вылилось 9/32 всей первоначально содержащейся воды. Чему равно ускорение a? Все трубки имеют одну и ту же длину l и один и тот же диаметр d, причем $d \ll l$. Капиллярные явления не учитывать.

Решение

Первоначальный объем воды $V_0 = 4lS$, где $S = \pi d^2/4$. Оставшийся объем воды по условию составляет $V = \dfrac{23}{32}4lS$. Это значит, что нижняя и третья по направлению движения трубки будут заполнены полностью, а высота столба в средней и первой трубках окажется меньше (см. рис.).



Мысленно выделим в нижней трубке объем длинной l с малой площадью поперечного сечения ΔS (чтобы в пределах этого сечения можно было считать давление жидкости одинаковым) и воспользуемся для него вторым законом Ньютона:

$$(\rho g l - \rho g x)\,\Delta S = \Delta m a = \rho \Delta S l a. \tag{30}$$

Если рассмотреть отдельно левую половину нижней трубки, то второй закон Ньютона для нее имеет вид:

$$(\rho g l - \rho g y)\,\Delta S = \rho \Delta S \frac{l}{2} a. \tag{31}$$

Сократим оба соотношения на $\rho\Delta S$:

$$\begin{cases} (l - x)g = la, \\ (l - y)g = \dfrac{l}{2}a. \end{cases} \tag{32}$$

Отсюда

$$2y - x = l. \tag{33}$$

Кроме того, поскольку объем оставшейся воды равен $V = \dfrac{23}{32}4lS$, можем записать:

$$l + l + x + y = \frac{23}{32}4l. \tag{34}$$

В итоге получаем систему двух уравнений относительно неизвестных x и y:

$$\begin{cases} 2y - x = l, \\ x + y = \dfrac{7}{8}l. \end{cases} \tag{35}$$

Отсюда найдем, что $x = \dfrac{1}{4}l, y = \dfrac{5}{8}l$. Подставив эти значения в (32), получим:

$$a = \frac{3}{4}g = 7,5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \tag{36}$$

Критерии оценивания
Использован второй закон Ньютона – 3 балла
Установлена взаимосвязь между уровнями воды в трубках – 4 балла
Получен ответ в общем виде – 2 балла
Численный ответ — 1 балл

3. К источнику постоянного напряжения подключен резистор сопротивлением $R = 5\,\text{Ом}$. Для измерения силы тока в цепь включили амперметр с внутренним сопротивлением $r = 2,5\,\text{Ом}$, и он показал силу тока $I = 2\,\text{А}$. Какова была сила тока в цепи до включения амперметра?

Решение

Пусть источник дает напряжение $U_{\text{общ}}$. Тогда, согласно закону Ома, до включения амперметра справедливо соотношение:

$$U_{\text{общ}} = I_0 R, \tag{37}$$

где I_0 – искомая сила тока. С другой стороны после включения амперметра в цепь:

$$U_{\text{общ}} = I(R + r). \tag{38}$$

Из этих двух соотношений находим I_0:

$$I_0 = I\frac{R + r}{R} = 2\,\text{А} \cdot \frac{5\,\text{Ом} + 2,5\,\text{Ом}}{5\,\text{Ом}} = 3\,\text{А}. \tag{39}$$

Критерии оценивания
Закон Ома для первого случая – 4 балла
Закон Ома для второго случая – 4 балла
Получено выражение для силы тока в общем виде – 1 балл
Численный ответ – 1 балл

4. В школьной физической лаборатории любознательным учеником были проведены следующие опыты. Сосуд с водой, масса которой $m_1 = 100$ г и температура $t_1 = 0°$C, был подвешен посередине комнаты. Через $\tau_1 = 15$ мин температура воды поднялась до $t_2 = 2°$C. В другой раз в тот же сосуд вместо воды поместили лед массой $m_2 = 100$ г при температуре $t_1 = 0°$C. В тех же условиях лед растаял за $\tau_2 = 10$ ч. По этим данным ученик рассчитал удельную теплоту плавления льда, считая известной удельную теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг$\cdot°$ С). Какое значение удельной теплоты плавления льда получил ученик?

Решение

Так как температура сосуда либо равна 0°C, либо близка к 0°C, будем считать мощность нагрева сосуда воздухом P_H постоянной:

$$P_H = \alpha(t_{\text{воздуха}} - t_{\text{сосуда}})S_{\text{пов.с.}} \approx const, \tag{40}$$

где α – коэффициент теплоотдачи, $S_{\text{пов.с.}}$ – площадь поверхности теплообмена.

Тогда уравнение теплового баланса можем записать в виде (теплоемкостью сосуда пренебрегаем):

$$\begin{cases} P_H\tau_1 = cm_1(t_2 - t_1), \\ P_H\tau_2 = \lambda m_2. \end{cases} \tag{41}$$

Разделим второе уравнение на первое:

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{\lambda m_2}{cm_1(t_2 - t_1)}. \tag{42}$$

Отсюда находим удельную теплоту плавления льда λ:

$$\lambda = \frac{cm_1(t_2 - t_1)}{m_2} \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1} =$$

$$= 4200\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}} \cdot 2°\text{C} \cdot \frac{10 \cdot 60\,\text{мин}}{15\,\text{мин}} = 336\,000\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = 336\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}. \tag{43}$$

Критерии оценивания

Использовано постоянство мощности нагрева сосуда воздухом – 2 балла

Уравнение теплового баланса для процесса нагревании воды – 2 балла

Уравнение теплового баланса для процесса таяния льда – 2 балла

Получен ответ в общем виде – 3 балла

Численные ответ – 1 балл

Олимпиада Смарт Старт – 2018-19. Физика. Отборочный этап. Решения и критерии

10 класс

1. В школьной физической лаборатории был поставлен следующий опыт. В большую емкость с водой, температура которой $t_0 = 0°C$, пустили плавать плоскую льдину. На поверхность льдины стали накладывать кусочки сахара до тех пор, пока льдина оставалась на плаву. Оказалось, что максимальная масса сахара, который может удержать льдина так, чтобы он после опыта имел исходный вид, равна $m_1 = 100$ г. Затем сахар сняли, а льдину достали и охладили до температуры $t = -22°C$ и снова опустили в ту же емкость с водой, имеющей температуру $t_0 = 0°C$. Определить максимальную массу хоккейной шайбы, которую после установления теплового равновесия сможет удержать льдина, не потонув. Шайба изготовлена из резины плотностью $\rho_p = 1,25\,г/см^3$. Плотность воды $\rho_0 = 1,0\,г/см^3$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330\,кДж/кг$, удельная теплоемкость льда $c = 2,1\,кДж/(кг\cdot°C)$. Температура шайбы $t_0 = 0°C$.

Решение

Чтобы сахар после опыта имел исходный вид, он не должен погружаться в воду, поэтому запишем условие плавания в виде:

$$(m_1 + m_{льда})g = \rho_0 g V_{льда}. \tag{44}$$

Отсюда

$$m_1 = \left(\frac{\rho_0}{\rho_л} - 1\right) m_{льда}, \tag{45}$$

где $\rho_л$ – плотность льда.

При погружении в воду льда, охлажденного до $t = -22°C$, при достижении теплового равновесия его масса увеличится на $\Delta m_{льда}$. Массу $\Delta m_{льда}$ найдем из уравнения теплового баланса $|Q_{отд}| = |Q_{получ}|$:

$$\lambda \Delta m_{льда} = c m_{льда}(t_0 - t). \tag{46}$$

С учетом (45), получим:

$$\Delta m_{льда} = \frac{c}{\lambda}\frac{\rho_л m_1 (t_0 - t)}{(\rho_0 - \rho_л)}. \tag{47}$$

Новая масса льда:

$$m'_{льда} = m_{льда} + \Delta m_{льда} =$$
$$= m_{льда}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right) = \frac{\rho_л m_1}{(\rho_0 - \rho_л)}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right). \tag{48}$$

Учитывая, что резина в воде не растворяется, найдем максимальную массу хоккейной шайбы $m_ш$, которую льдина сможет удержать, не потонув:

$$(m_ш + m'_{льда})g = \rho_0 g (V_ш + V'_{льда}). \tag{49}$$

После несложных преобразований, приходим к соотношению:

$$\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_p}\right) m_ш = \left(\frac{\rho_0}{\rho_л} - 1\right) m'_{льда}. \tag{50}$$

Подставляя в последнее выражение формулу (48), находим:

$$m_{ш} = \frac{\rho_p m_1}{\rho_p - \rho_0}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right) = \tag{51}$$

$$= \frac{1,25\,г/см^3 \cdot 100\,г}{1,25\,г/см^3 - 1,0\,г/см^3}\left(1 + \frac{2,1\,кДж/(кг \cdot ^\circ С) \cdot 22^\circ С}{330\,кДж/кг}\right) = 570\,г. \tag{52}$$

Критерии оценивания
Условие плавания льда в случае, когда на него поместили сахар – 2 балла
Уравнение теплового баланса – 2 балла
Условие плавания льда в случае, когда на него поместили шайбу – 2 балла
Ответ в общем виде – 3 балла
Численный ответ – 1 балл

2. На горизонтальной поверхности стола на расстоянии $l = 36\,см$ друг от друга лежат две шайбы массами $m_1 = 30\,г$ и $m_2 = 90\,г$. Определите модуль минимальной скорости, которую необходимо сообщить первой шайбе, чтобы после центрального абсолютно упругого удара со второй шайбой она вернулась в первоначальное положение. Коэффициент трения скольжения между каждой шайбой и столом $\mu = 0,25$.

Решение

Запишем закон сохранения энергии для движения первой шайбы до столкновения со второй, с учетом работы против силы трения:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \mu m_1 g l. \tag{53}$$

Из данного соотношения получим следующее выражение для скорости v_1:

$$v_1 = \sqrt{v_1'^2 + 2\mu g l}. \tag{54}$$

Воспользуемся законами сохранения энергии и импульса для упругого удара:

$$\begin{cases} m_1 v_1' = -m_1 v_1'' + m_2 v_2, \\ \dfrac{m_1 v_1'^2}{2} = \dfrac{m_1 v_1''^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2^2}{2}. \end{cases} \tag{55}$$

Отсюда найдем:

$$v_1' = v_1'' \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1}. \tag{56}$$

Теперь учтем, что вся оставшаяся кинетическая энергия первой шайбы после удара пойдет на работу против силы трения:

$$\frac{m_1 v_1''^2}{2} = \mu m_1 g l. \tag{57}$$

Из последнего соотношения получаем, что $v_1''^2 = 2\mu g l$. Подставив (56) в (54), с учетом найденного выражения для $v_1''^2$, получим:

$$v_1 = \sqrt{v_1'^2 + 2\mu g l} = \sqrt{2\mu g l\left(\left(\frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1}\right)^2 + 1\right)} = 3\,\frac{м}{с}. \tag{58}$$

Критерии оценивания
Закон сохранения энергии для движения первой шайбы до столкновения – 2 балла
Законы сохранения энергии и импульса для упругого удара – 3 балла
Закон сохранения энергии для движения первой шайбы после столкновения – 2 балла
Получено выражение в общем виде – 2 балла
Численный ответ – 1 балл

3. Школьники, занимающиеся в физическом кружке, изготовили шар-зонд для исследования атмосферы. Нерастяжимая оболочка шара-зонда $V = 75\,\text{м}^3$ имеет в нижней части небольшое отверстие. Масса оболочки $m = 7\,\text{кг}$. Шар наполнен водородом. Определить, на какую максимальную высоту сможет подняться этот шар-зонд, если известно, что атмосферное давление уменьшается в 2 раза через каждые $h = 5\,\text{км}$ высоты. Температура воздуха в стратосфере $t = -53°\text{C}$, температура водорода равна температуре окружающего воздуха. Молярная масса воздуха $\mu = 29\,\text{г/моль}$.

Решение

Запишем условие равновесия шара-зонда в воздухе:

$$(m + m(H_2))g = F_A = \rho_{\text{воздуха}} gV. \tag{59}$$

Воспользуемся уравнением Клапейрона-Менделеева для водорода и воздуха (учтем, что шар имеет отверстие, поэтому $p_{\text{внутри}} = p_{\text{снаружи}} = p_0$):

$$p_0 V = \frac{m(H_2)}{M(H_2)} RT, \tag{60}$$

$$p_0 = \rho_{\text{воздуха}} \frac{RT}{\mu}. \tag{61}$$

Отсюда, с учетом (59), получим:

$$m + \frac{p_0 V M(H_2)}{RT} = \frac{p_0 \mu V}{RT}. \tag{62}$$

Выразим из последнего соотношения p_0:

$$p_0 = \frac{mR(t+273)}{(\mu - M(H_2))V} = \frac{7\,\text{кг} \cdot 8,31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} \cdot 220\,\text{К}}{(29 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{кг}}{\text{моль}} - 2 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{кг}}{\text{моль}}) \cdot 75\,\text{м}^3} \approx 6320\,\text{Па}. \tag{63}$$

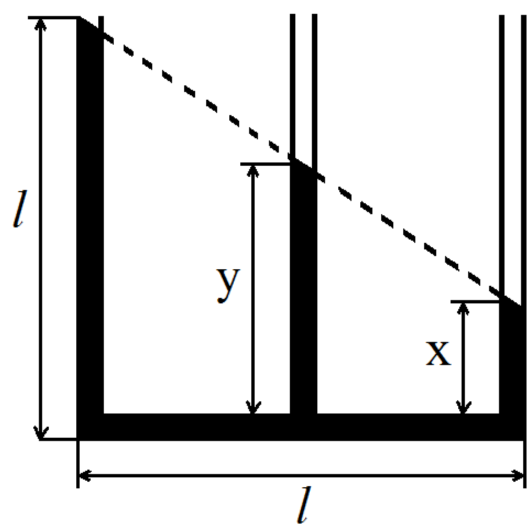
Считая, что у поверхности земли давление равно $10^5\,\text{Па}$, получаем максимально возможное уменьшение давления в 16 раз, что соответствует подъему на высоту $H \approx 20\,\text{км}$.

Критерии оценивания
Записано условие равновесия шара – 2 балла
Использовано уравнение Клапейрона-Менделеева для водорода – 2 балла
Использовано уравнение Клапейрона-Менделеева для воздуха – 2 балла
Найдено значение давления воздуха на максимальной высоте – 2 балла
Найдена максимальная высота подъема шара – 2 балла

4. Тройник из трех вертикальных открытых в атмосферу трубок и одной горизонтальной трубки, имеющий форму буквы “Ш”, целиком заполнен водой. После того как тройник стали двигать в горизонтальном направлении с некоторым постоянным ускорением a (вектор ускорения и тройник лежат в одной плоскости), из него вылилось 9/32 всей первоначально содержащейся воды. Чему равно ускорение a? Все трубки имеют одну и ту же длину l и один и тот же диаметр d, причем $d \ll l$. Капиллярные явления не учитывать.

Решение

Первоначальный объем воды $V_0 = 4lS$, где $S = \pi d^2/4$. Оставшийся объем воды по условию составляет $V = \dfrac{23}{32}4lS$. Это значит, что нижняя и третья по направлению движения трубки будут заполнены полностью, а высота столба в средней и первой трубках окажется меньше (см. рис.).



Мысленно выделим в нижней трубке объем длинной l с малой площадью поперечного сечения ΔS (чтобы в пределах этого сечения можно было считать давление жидкости одинаковым) и воспользуемся для него вторым законом Ньютона:

$$(\rho g l - \rho g x)\,\Delta S = \Delta m a = \rho \Delta S l a. \tag{64}$$

Если рассмотреть отдельно левую половину нижней трубки, то второй закон Ньютона для нее имеет вид:

$$(\rho g l - \rho g y)\,\Delta S = \rho \Delta S \frac{l}{2} a. \tag{65}$$

Сократим оба соотношения на $\rho\Delta S$:

$$\begin{cases} (l - x)g = la, \\ (l - y)g = \dfrac{l}{2}a. \end{cases} \tag{66}$$

Отсюда

$$2y - x = l. \tag{67}$$

Кроме того, поскольку объем оставшейся воды равен $V = \dfrac{23}{32}4lS$, можем записать:

$$l + l + x + y = \frac{23}{32}4l. \tag{68}$$

В итоге получаем систему двух уравнений относительно неизвестных x и y:

$$\begin{cases} 2y - x = l, \\ x + y = \dfrac{7}{8}l. \end{cases} \tag{69}$$

Отсюда найдем, что $x = \dfrac{1}{4}l, y = \dfrac{5}{8}l$. Подставив эти значения в (66), получим:

$$a = \frac{3}{4}g = 7,5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \tag{70}$$

Критерии оценивания
Использован второй закон Ньютона – 3 балла
Установлена взаимосвязь между уровнями воды в трубках – 4 балла
Получен ответ в общем виде – 2 балла
Численный ответ — 1 балл

Олимпиада Смарт Старт – 2018-19. Физика. Отборочный этап.
Решения и критерии

11 класс

1. В школьной физической лаборатории был поставлен следующий опыт. В большую емкость с водой, температура которой $t_0 = 0°\text{C}$, пустили плавать плоскую льдину. На поверхность льдины стали накладывать кусочки сахара до тех пор, пока льдина оставалась на плаву. Оказалось, что максимальная масса сахара, который может удержать льдина так, чтобы он после опыта имел исходный вид, равна $m_1 = 100\,\text{г}$. Затем сахар сняли, а льдину достали и охладили до температуры $t = -22°\text{C}$ и снова опустили в ту же емкость с водой, имеющей температуру $t_0 = 0°\text{C}$. Определить максимальную массу хоккейной шайбы, которую после установления теплового равновесия сможет удержать льдина, не потонув. Шайба изготовлена из резины плотностью $\rho_p = 1,25\,\text{г/см}^3$. Плотность воды $\rho_0 = 1,0\,\text{г/см}^3$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330\,\text{кДж/кг}$, удельная теплоемкость льда $c = 2,1\,\text{кДж/(кг}\cdot{}^\circ\,\text{С)}$. Температура шайбы $t_0 = 0°\text{C}$.

Решение

Чтобы сахар после опыта имел исходный вид, он не должен погружаться в воду, поэтому запишем условие плавания в виде:

$$(m_1 + m_{\text{льда}})g = \rho_0 g V_{\text{льда}}. \tag{71}$$

Отсюда

$$m_1 = \left(\frac{\rho_0}{\rho_\text{л}} - 1\right) m_{\text{льда}}, \tag{72}$$

где $\rho_\text{л}$ – плотность льда.

При погружении в воду льда, охлажденного до $t = -22°\text{C}$, при достижении теплового равновесия его масса увеличится на $\Delta m_{\text{льда}}$. Массу $\Delta m_{\text{льда}}$ найдем из уравнения теплового баланса $|Q_{\text{отд}}| = |Q_{\text{получ}}|$:

$$\lambda \Delta m_{\text{льда}} = c m_{\text{льда}}(t_0 - t). \tag{73}$$

С учетом (72), получим:

$$\Delta m_{\text{льда}} = \frac{c}{\lambda}\frac{\rho_\text{л} m_1 (t_0 - t)}{(\rho_0 - \rho_\text{л})}. \tag{74}$$

Новая масса льда:

$$m'_{\text{льда}} = m_{\text{льда}} + \Delta m_{\text{льда}} =$$
$$= m_{\text{льда}}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right) = \frac{\rho_\text{л} m_1}{(\rho_0 - \rho_\text{л})}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right). \tag{75}$$

Учитывая, что резина в воде не растворяется, найдем максимальную массу хоккейной шайбы $m_\text{ш}$, которую льдина сможет удержать, не потонув:

$$(m_\text{ш} + m'_{\text{льда}})g = \rho_0 g (V_\text{ш} + V'_{\text{льда}}). \tag{76}$$

После несложных преобразований, приходим к соотношению:

$$\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_p}\right) m_\text{ш} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_\text{л}} - 1\right) m'_{\text{льда}}. \tag{77}$$

Подставляя в последнее выражение формулу (75), находим:

$$m_{\text{ш}} = \frac{\rho_p m_1}{\rho_p - \rho_0}\left(1 + \frac{c(t_0 - t)}{\lambda}\right) = \tag{78}$$

$$= \frac{1,25\,\text{г/см}^3 \cdot 100\,\text{г}}{1,25\,\text{г/см}^3 - 1,0\,\text{г/см}^3}\left(1 + \frac{2,1\,\text{кДж/(кг}\cdot{}^\circ\,\text{C)} \cdot 22^\circ\text{C}}{330\,\text{кДж/кг}}\right) = 570\,\text{г}. \tag{79}$$

Критерии оценивания
Условие плавания льда в случае, когда на него поместили сахар – 2 балла
Уравнение теплового баланса – 2 балла
Условие плавания льда в случае, когда на него поместили шайбу – 2 балла
Ответ в общем виде – 3 балла
Численный ответ – 1 балл

2. На горизонтальной поверхности стола на расстоянии $l = 36$ см друг от друга лежат две шайбы массами $m_1 = 30$ г и $m_2 = 90$ г. Определите модуль минимальной скорости, которую необходимо сообщить первой шайбе, чтобы после центрального абсолютно упругого удара со второй шайбой она вернулась в первоначальное положение. Коэффициент трения скольжения между каждой шайбой и столом $\mu = 0,25$.

Решение

Запишем закон сохранения энергии для движения первой шайбы до столкновения со второй, с учетом работы против силы трения:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \mu m_1 g l. \tag{80}$$

Из данного соотношения получим следующее выражение для скорости v_1:

$$v_1 = \sqrt{v_1'^2 + 2\mu g l}. \tag{81}$$

Воспользуемся законами сохранения энергии и импульса для упругого удара:

$$\begin{cases} m_1 v_1' = -m_1 v_1'' + m_2 v_2, \\ \dfrac{m_1 v_1'^2}{2} = \dfrac{m_1 v_1''^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2^2}{2}. \end{cases} \tag{82}$$

Отсюда найдем:

$$v_1' = v_1'' \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1}. \tag{83}$$

Теперь учтем, что вся оставшаяся кинетическая энергия первой шайбы после удара пойдет на работу против силы трения:

$$\frac{m_1 v_1''^2}{2} = \mu m_1 g l. \tag{84}$$

Из последнего соотношения получаем, что $v_1''^2 = 2\mu g l$. Подставив (83) в (81), с учетом найденного выражения для $v_1''^2$, получим:

$$v_1 = \sqrt{v_1'^2 + 2\mu g l} = \sqrt{2\mu g l\left(\left(\frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1}\right)^2 + 1\right)} = 3\,\frac{\text{м}}{\text{с}}. \tag{85}$$

Критерии оценивания
Закон сохранения энергии для движения первой шайбы до столкновения – 2 балла
Законы сохранения энергии и импульса для упругого удара – 3 балла
Закон сохранения энергии для движения первой шайбы после столкновения – 2 балла
Получено выражение в общем виде – 2 балла
Численный ответ – 1 балл

3. Плоский конденсатор, имеющий квадратные обкладки со стороной a, находящиеся на расстоянии d, подключают к ЭДС $\mathcal{E}$. Между обкладками конденсатора находится квадратная диэлектрическая пластина с диэлектрической проницаемостью ε, стороной a и толщиной d. Какую минимальную силу надо приложить к пластине, чтобы извлечь ее из конденсатора? Источник тока считать идеальным.

Решение

Воспользуемся законом сохранения энергии:

$$\frac{C_1\mathcal{E}^2}{2} + A + A_{\text{ист}} = \frac{C_2\mathcal{E}^2}{2}, \tag{86}$$

где

$$C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, S = a^2. \tag{87}$$

Работа источника тока равна:

$$A_{\text{ист}} = -|\Delta q|\mathcal{E} = -(C_1 - C_2)\mathcal{E}^2. \tag{88}$$

Подставив $A_{\text{ист}}$ в формулу (86), получим:

$$A = \frac{(C_1 - C_2)\mathcal{E}^2}{2}. \tag{89}$$

Зная работу, находим необходимую силу:

$$F = \frac{A}{a} = \frac{(C_1 - C_2)\mathcal{E}^2}{2a} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)a\mathcal{E}^2}{2d}. \tag{90}$$

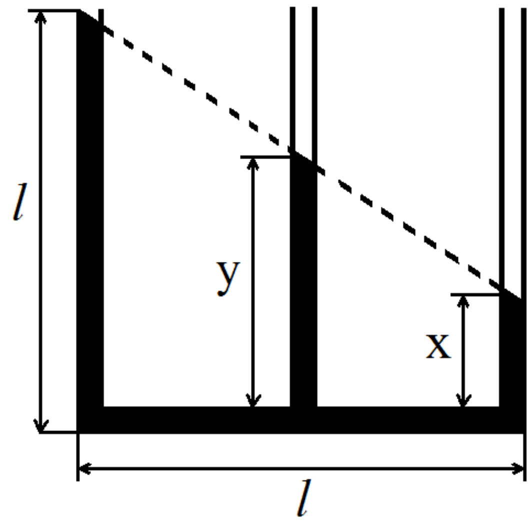
Критерии оценивания
Записан закон сохранения энергии – 3 балла
Рассчитана работа источника тока – 3 балла
Записана формула электроемкости плоского конденсатора — 2 балла
Найдено выражение для силы – 2 балла

4. Тройник из трех вертикальных открытых в атмосферу трубок и одной горизонтальной трубки, имеющий форму буквы “Ш”, целиком заполнен водой. После того как тройник стали двигать в горизонтальном направлении с некоторым постоянным ускорением a (вектор ускорения и тройник лежат в одной плоскости), из него вылилось 9/32 всей первоначально содержащейся воды. Чему равно ускорение a? Все трубки имеют одну и ту же длину l и один и тот же диаметр d, причем $d \ll l$. Капиллярные явления не учитывать.

Решение

Первоначальный объем воды $V_0 = 4lS$, где $S = \pi d^2/4$. Оставшийся объем воды по условию составляет $V = \dfrac{23}{32}4lS$. Это значит, что нижняя и третья по направлению движения трубки будут заполнены полностью, а высота столба в средней и первой трубках окажется меньше (см. рис.).

Мысленно выделим в нижней трубке объем длинной l с малой площадью поперечного сечения ΔS (чтобы в пределах этого сечения можно было считать давление жидкости одинаковым) и воспользуемся для него вторым законом Ньютона:



$$(\rho g l - \rho g x)\,\Delta S = \Delta m a = \rho \Delta S l a. \qquad (91)$$

Если рассмотреть отдельно левую половину нижней трубки, то второй закон Ньютона для нее имеет вид:

$$(\rho g l - \rho g y)\,\Delta S = \rho \Delta S \frac{l}{2} a. \qquad (92)$$

Сократим оба соотношения на $\rho\Delta S$:

$$\begin{cases} (l-x)g = la, \\ (l-y)g = \dfrac{l}{2}a. \end{cases} \qquad (93)$$

Отсюда

$$2y - x = l. \qquad (94)$$

Кроме того, поскольку объем оставшейся воды равен $V = \dfrac{23}{32}4lS$, можем записать:

$$l + l + x + y = \frac{23}{32}4l. \qquad (95)$$

В итоге получаем систему двух уравнений относительно неизвестных x и y:

$$\begin{cases} 2y - x = l, \\ x + y = \dfrac{7}{8}l. \end{cases} \qquad (96)$$

Отсюда найдем, что $x = \dfrac{1}{4}l, y = \dfrac{5}{8}l$. Подставив эти значения в (93), получим:

$$a = \frac{3}{4}g = 7,5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \qquad (97)$$

Критерии оценивания

Использован второй закон Ньютона – 3 балла

Установлена взаимосвязь между уровнями воды в трубках – 4 балла

Получен ответ в общем виде – 2 балла
Численный ответ — 1 балл

5. П-образная вертикальная рамка высотой H сделана из проволоки с конечным сопротивлением. Внизу рамки в электрическом контакте с ней покоится на диэлектрических подставках горизонтальная проводящая перемычка массой m, которая может без трения двигаться вверх вдоль рамки. В начальный момент времени включают горизонтальное однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости рамки, индукция которого возрастает пропорционально времени. Какое суммарное количество теплоты выделится в рамке и перемычке к моменту, когда перемычка начнёт подниматься по рамке? Ускорение свободного падения g.

Решение

Поскольку индукция магнитного поля B возрастает пропорционально времени, то $B = kt, k = const.$

Перемычка начнет подниматься, если сила Ампера будет хотя бы немного больше силы тяжести, в пределе $F_A = mg$. Пусть l – длина перемычки, тогда:

$$IBl = mg. \tag{98}$$

Отсюда

$$I = \frac{mg}{Bl} = \frac{mg}{klt}. \tag{99}$$

С другой стороны

$$I = \frac{|\mathcal{E}_{\text{и}}|}{R} = \frac{\Delta BHl}{\Delta tR} = \frac{kHl}{R} = const. \tag{100}$$

Значит можем воспользоваться законом Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2Rt = \frac{mg}{klt}\frac{kHl}{R}Rt = mgH. \tag{101}$$

Критерии оценивания

Записано условие начала движения перемычки – 2 балла
Использован закон Ома – 2 балла
Использован закон электромагнитной индукции – 2 балла
Использован закон Джоуля-Ленца – 2 балла
Получен правильный ответ – 2 балла