Олимпиада Смарт Старт – 2017-18. Физика. Отборочный этап.

8 класс

1. Любознательный школьник заметил, что при температуре за окном $t_1 = -5°C$ температура в комнате составляет $t_2 = 20°C$. Из прогноза погоды школьник узнал, что на следующий день ожидается похолодание до $t_3 = -20°C$. Также он измерил температуру батарей отопления, которая оказалась равна $t_0 = 70°C$. Исходя из известных законов физики, школьник рассчитал, какая температура установится на следующий день в комнате, если температура батарей не изменится. Какой результат получил школьник?

Решение

Мощности потока тепла от батареи в комнату и из комнаты на улицу пропорциональны разности соответствующих температур и в установившемся режиме эти мощности равны. Тогда для обоих случаев получаем

$$\alpha(t_0 - t_2) = \beta(t_2 - t_1), \qquad \alpha(t_0 - t_x) = \beta(t_x - t_3) \tag{1}$$

Из системы (1) получаем

$$t_x = \frac{t_3(t_0 - t_2) + t_0(t_2 - t_1)}{t_0 - t_1} = 10°C \tag{2}$$

Критерии оценивания

Утверждение о пропорциональности мощности и разности температур – 2 балла
Уравнение теплового баланса для первого случая – 2 балла
Уравнение теплового баланса для второго случая – 2 балла
Ответ в общем виде – 3 балла
Численный ответ – 1 балл

2. При 0°C произвели следующий опыт. В открытые одинаковые сосуды, установленные на рычажные весы, поместили в один сосуд воду, в другой сосуд лед. Весы уравновесили, при этом в первом сосуде оказался ровно один литр воды, а во втором сосуде соответствующий кусок льда. Лед растаял и равновесие весов нарушилось. Оцените, сколько воды и в какой сосуд надо добавить, чтобы восстановить равновесие. Плотности воды $\rho_1 = 1000\,кг/м^3$, льда $\rho_2 = 900\,кг/м^3$, окружающего воздуха $\rho_0 = 1,29\,кг/м^3$.

Решение

Сила давления льда на весы равна разности силы тяжести и силы Архимеда со стороны воздуха. Изменение силы давления происходит из-за уменьшения объема при таянии льда и, соответственно уменьшения силы Архимеда. Т.е. сила давления на весы образовавшейся при таянии льда воды увеличится по сравнению со льдом на величину

$$\Delta F = F_{a1} - F_{a2}. \tag{3}$$

Подставляя выражения для сил Архимеда, получаем

$$\Delta F = \rho_0 g \frac{m_л}{\rho_2} - \rho_0 g \frac{m_л}{\rho_1} = m_л g \rho_0 \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \rho_2}. \tag{4}$$

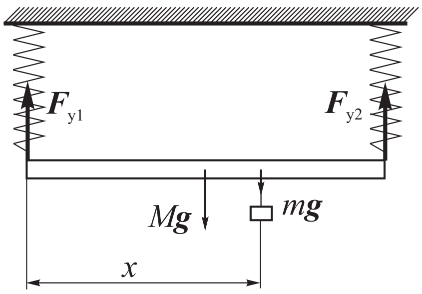
Для оценки принимаем массу льда $m_л = 1\,кг$, и вычисляя, находим

$$\Delta F = 0.0014 \text{ Н} \Rightarrow \Delta m \approx 0.1 \text{ г} \tag{5}$$

Критерии оценивания
Сила давления груза на весы с учетом силы Архимеда – 2 балла
Изменение силы давления из-за изменения силы Архимеда – 2 балла
Получено выражение для изменения силы Архимеда – 3 балла
Оценка массы льда – 1 балл
Правильный ответ – 2 балла

3. Однородный стержень массой $M = 2$ кг и длиной $l = 1$ м подвешен за концы на двух вертикальных пружинах, жесткости которых $k_1 = 40$ Н/м и $k_2 = 60$ Н/м соответственно. На каком расстоянии от первой пружины следует подвесить к стержню груз массой $m = 1$ кг, чтобы стержень находился в горизонтальном положении. Длины пружин в нерастянутом состоянии одинаковы.

Решение



Поскольку стержень находится в горизонтальном положении, длины пружин в нерастянутом состоянии одинаковы, то удлинения пружин также одинаковы. Запишем два условия равновесия стержня: равенство нулю суммы сил, действующих на стержень

$$F_{у1} + F_{у2} - Mg - mg = 0, \tag{6}$$

и равенство нулю суммы моментов сил, действующих на стержень относительно оси, проходящей через левый конец стержня

$$Mg\frac{l}{2} + mgx - F_{у2}l = 0. \tag{7}$$

Отсюда получаем систему

$$\begin{cases} (k_1 + k_2)\Delta l = (M + m)g, \\ k_2\Delta l = \dfrac{Mg}{2} + \dfrac{mgx}{l}. \end{cases} \tag{8}$$

Решая систему, находим

$$x = \frac{l}{m}\left(\frac{M + m}{\dfrac{k_1}{k_2} + 1} - \frac{M}{2}\right) = 0.8 \text{ м} \tag{9}$$

Критерии оценивания
Первое условие равновесия – 2 балла
Второе условие равновесия – 2 балла
Получена система (8) – 2 балла

Получен ответ в общем виде – 3 балла
Численные ответ – 1 балл

4. Для исследования процесса коррозии любознательный школьник опустил сплошной алюминиевый шарик диаметром $d = 1$ см в 50% -ный раствор азотной кислоты. Из предыдущих опытов школьник выяснил, что в таких условиях с одного квадратного сантиметра поверхности в раствор переходит 10^{-4} г алюминия в час. Определить, через какое время шарик полностью растворится в кислоте. Плотность алюминия $\rho = 2,7\,\text{г/см}^3$.

Решение

Пусть в текущий момент шарик имеет радиус r и площадь поверхности S. За малый промежуток времени Δt радиус шарика уменьшается на некоторую величину Δr, объем шарика при этом уменьшается на малую величину

$$\Delta V = -S\Delta r. \tag{10}$$

Масса растворенного вещества за это же время

$$\Delta M = \alpha S \Delta t, \tag{11}$$

где $\alpha = 10^{-4}\ \dfrac{\text{г}}{\text{см}^2 \cdot \text{ч}}$ по условию. Тогда мы можем записать

$$\alpha S \Delta t = -\rho S \Delta r, \tag{12}$$

в результате находим скорость изменения радиуса шарика

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = -\frac{\alpha}{\rho}, \tag{13}$$

и видим что она не меняется со временем. В нашем случае $\Delta r = -d/2$ и время полного растворения шарика

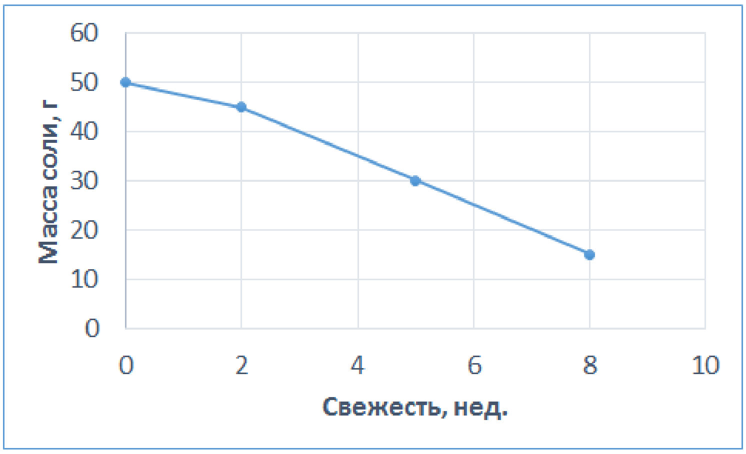
$$\tau = \frac{\rho d}{2\alpha} = 13\,500\ \text{ч} \tag{14}$$

Критерии оценивания
Изменение объема шарика в форме (10) – 2 балла
Выражение для массы растворенного вещества за малое время – 2 балла
Составлено уравнение (12) – 2 балла
Получен ответ в общем виде – 3 балла
Численные ответ – 1 балл

5. Известен следующий способ определения свежести куриных яиц. Необходимо взять четыре сосуда, налить в каждый по 0.5 л воды, в первом сосуде растворить 50 г соли, во втором сосуде - 45 г, в третьем - 30 г и в четвертом - 15 г. Далее следует поочередно опускать яйца в каждый сосуд. В первом сосуде будут тонуть самые свежие яйца, во втором - “произведенные” не более 2-х недель назад, в третьем сосуде - не более 5 недель назад, в четвертом - не более 8 недель назад. Любознательный школьник изготовил данные растворы, строго следуя рецептам и рассортировал яйца, а затем слил растворы в один большой сосуд. Определить, как давно (в неделях) были “произведены” яйца, которые будут тонуть в получившемся растворе.

Решение

Построим график, по горизонтальной оси отложим свежесть яиц в неделях, по вертикальной оси - массу растворенной соли. На графике виден линейный участок, что позволяет сделать вывод о линейном уменьшении плотности яиц со второй по восьмую неделю. При смешивании четырех банок в 2-х литрах получившегося раствора будет содержаться 140 г соли, что соответствует 140 г/4=35 г в поллитровой банке. Анализируя график видим, что точка 35 г лежит на линейном участке, так что можно сделать вывод, что исследуемые яйца были снесены не более 4 недель назад.



Критерии оценивания
Построен график – 5 баллов
Определено содержание соли в 0.5 л получившегося раствора – 2 балла
Сделан вывод, что искомая точка лежит на линейном участке – 1 балл
Численный ответ – 2 балла

Олимпиада Смарт Старт – 2017-18. Физика. Отборочный этап.

9 класс

1. Потолок в комнате находится на высоте h. Определить скорость v, с которой необходимо бросить мяч вертикально вверх с уровня пола, чтобы он возвратился назад со скоростью $\frac{4}{5}v$? Удар о потолок неупругий, теряется 60% кинетической энергии. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Запишем закон сохранения энергии для подъема

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh, \tag{15}$$

учтем потери механической энергии при неупругом ударе

$$\frac{mv_2^2}{2} = 0.4\frac{mv_1^2}{2}. \tag{16}$$

ЗСЭ для падения

$$\frac{mv_2^2}{2} + mgh = \frac{mv_3^2}{2}, \qquad v_3 = \frac{4}{5}v \quad \text{(по условию)}. \tag{17}$$

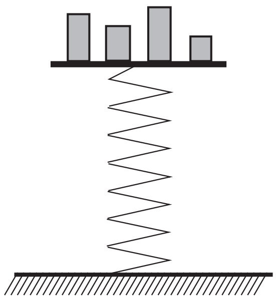
Решая совместно записанные уравнения, получаем

$$2gh + 0.4(v^2 - 2gh) = \frac{16}{25}v^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{5gh}. \tag{18}$$

Критерии оценивания

Записан закон сохранения энергии для подъема – 2 балла
Учтены потери энергии при неупругом ударе – 2 балла
Записан закон сохранения энергии для падения –2 балла
Получен ответ – 4 балла

2. Чаша с гирями общей массой m прикреплена к установленной вертикально пружине и совершает вертикальные гармонические колебания с амплитудой A и периодом τ. Определить:
1) массу гири, которую необходимо снять с чаши в тот момент, когда она находится в крайнем верхнем положении, чтобы колебания прекратились;
2) массу гири, которую необходимо поместить на чашу в тот момент, когда она находится в крайнем нижнем положении, чтобы колебания прекратились.



Решение В положении равновесия

$$mg = k\Delta l, \tag{19}$$

в крайнем верхнем положении после снятия груза Δm_1

$$(m - \Delta m_1)g = k(\Delta l - A). \tag{20}$$

Из предыдущих уравнений получаем

$$\Delta m_1 = \frac{kA}{g} = \frac{4\pi^2 mA}{\tau^2 g} \tag{21}$$

с учетом $\tau = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

В крайнем нижнем положении

$$(m + \Delta m_2)g = k(\Delta l + A), \tag{22}$$

следовательно $\Delta m_2 = \frac{kA}{g} = \Delta m_1$.

Критерии оценивания
Записан 2 закон Ньютона в верхней точке – 3 балла
Записан 2 закон Ньютона в нижней точке – 3 балла
Получено выражение для Δm_1 — 2 балла
Получено выражение для Δm_2 — 2 балла

3. Любознательный школьник заметил, что при температуре за окном $t_1 = -5°\mathrm{C}$ температура в комнате составляет $t_2 = 20°\mathrm{C}$. Из прогноза погоды школьник узнал, что на следующий день ожидается похолодание до $t_3 = -20°\mathrm{C}$. Также он измерил температуру батарей отопления, которая оказалась равна $t_0 = 70°\mathrm{C}$. Исходя из известных законов физики, школьник рассчитал, какая температура установится на следующий день в комнате, если температура батарей не изменится. Какой результат получил школьник?

Решение

Мощности потока тепла от батареи в комнату и из комнаты на улицу пропорциональны разности соответствующих температур и в установившемся режиме эти мощности равны. Тогда для обоих случаев получаем

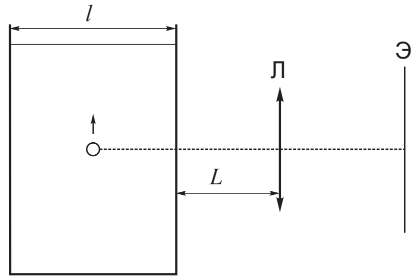
$$\alpha(t_0 - t_2) = \beta(t_2 - t_1), \qquad \alpha(t_0 - t_x) = \beta(t_x - t_3) \tag{23}$$

Из системы (44) получаем

$$t_x = \frac{t_3(t_0 - t_2) + t_0(t_2 - t_1)}{t_0 - t_1} = 10°\mathrm{C} \tag{24}$$

Критерии оценивания
Утверждение о пропорциональности мощности и разности температур – 2 балла
Уравнение теплового баланса для первого случая – 2 балла
Уравнение теплового баланса для второго случая – 2 балла
Ответ в общем виде – 3 балла
Численный ответ – 1 балл

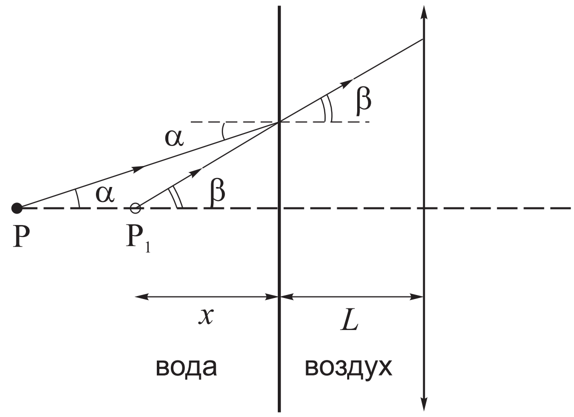
4. В прямоугольном сосуде, заполненном водой, по центру всплывает воздушный пузырек. С помощью собирающей линзы изображение пузырька проецируется на экран. Скорость движения изображения пузырька на экране при пересечении главной оптической оси линзы $v = 50$ см/с. Определить скорость движения пузырька в этот же момент. Показатель преломления воды $n = 1,4$, фокусное расстояние линзы $F = 25$ см, размеры системы (см.рис.) $l = 60$ см, $L = 15$ см.



Решение

Учитывая преломление на поверхности воды, найдем "кажущееся" положение пузырька - точку пересечения продолжений лучей, падающих на линзу. Закон преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{n}. \quad (25)$$



С учетом малости углов получаем

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{x}{l/2} = \frac{1}{n}, \quad (26)$$

отсюда $x = \dfrac{l}{2n}$. Запишем формулу тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{L+x} + \frac{1}{f} \;\Rightarrow\; f = \frac{F(L+x)}{L+x-F}. \quad (27)$$

Рассмотрим смещение пузырька перпендикулярно главной оптической оси на расстояние $h = v_p\Delta t$, изображение при этом сместится на $H = v\Delta t$. Рассматривая подобные треугольники, находим

$$\frac{v_p\Delta t}{v\Delta t} = \frac{L+x}{f} \;\Rightarrow\; v_p = v\frac{L+x-F}{F} = v\left(\frac{L}{F} + \frac{l}{2Fn} - 1\right) = 22.9\,\text{см/с} \quad (28)$$

Критерии оценивания

Найдено положение предмета для линзы и учетом преломления на границе вода-воздух – 4 балла

Записана формула линзы в применении к задаче – 2 балла

Получен ответ в общем виде – 3 балла

Правильный численный ответ – 1 балл

5. При 0°C произвели следующий опыт. В открытые одинаковые сосуды, установленные на рычажные весы, поместили в один сосуд воду, в другой сосуд лед. Весы уравновесили, при этом в первом сосуде оказался ровно один литр воды, а во втором сосуде соответствующий кусок льда. Лед растаял и равновесие весов нарушилось. Оцените, сколько воды и в какой сосуд надо добавить, чтобы восстановить равновесие. Плотности воды $\rho_1 = 1000\,\text{кг/м}^3$, льда $\rho_2 = 900\,\text{кг/м}^3$, окружающего воздуха $\rho_0 = 1,29\,\text{кг/м}^3$.

Решение Условие равновесия весов $P_1 l_1 = P_2 l_2$, $l_1 = l_2$:

$$m_{\text{в}} g - F_{a1} = m_{\text{л}} g - F_{a2}, \tag{29}$$

$$m_{\text{в}} g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right) = m_{\text{л}} g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_2}\right). \tag{30}$$

Из последнего уравнения находим

$$m_{\text{л}} = V_{\text{в}} \rho_2 \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_2 - \rho_0} = 1.00014\,\text{кг} \tag{31}$$

Таким образом, масса льда превышает массу воды на 0.14 г. Следовательно, после таяния льда в тот сосуд, где с самого начал была вода, надо добавить 0.14 г воды и весы будут в равновесии.

Критерии оценивания
Записано условие равновесия с учетом сил Архимеда – 2 балла
Найдена масса льда в общем виде – 3 балла
Вычислена масса льда – 2 балла
Сделаны необходимые выводы и вычислена масса воды, которую нужно добавить – 2 балла
Указано в какой сосуд нужно добавлять воду – 1 балл

Олимпиада Смарт Старт – 2017-18. Физика. Отборочный этап.

10 класс

1. Потолок в комнате находится на высоте h. Определить скорость v, с которой необходимо бросить мяч вертикально вверх с уровня пола, чтобы он возвратился назад со скоростью $\frac{4}{5}v$? Удар о потолок неупругий, теряется 60% кинетической энергии. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Запишем закон сохранения энергии для подъема

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh, \tag{32}$$

учтем потери механической энергии при неупругом ударе

$$\frac{mv_2^2}{2} = 0.4\frac{mv_1^2}{2}. \tag{33}$$

ЗСЭ для падения

$$\frac{mv_2^2}{2} + mgh = \frac{mv_3^2}{2}, \qquad v_3 = \frac{4}{5}v \quad \text{(по условию)}. \tag{34}$$

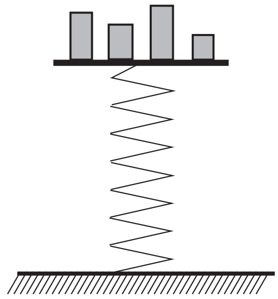
Решая совместно записанные уравнения, получаем

$$2gh + 0.4(v^2 - 2gh) = \frac{16}{25}v^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{5gh}. \tag{35}$$

Критерии оценивания

Записан закон сохранения энергии для подъема – 2 балла
Учтены потери энергии при неупругом ударе – 2 балла
Записан закон сохранения энергии для падения –2 балла
Получен ответ – 4 балла

2. Чаша с гирями общей массой m прикреплена к установленной вертикально пружине и совершает вертикальные гармонические колебания с амплитудой A и периодом τ. Определить:
1) массу гири, которую необходимо снять с чаши в тот момент, когда она находится в крайнем верхнем положении, чтобы колебания прекратились;
2) массу гири, которую необходимо поместить на чашу в тот момент, когда она находится в крайнем нижнем положении, чтобы колебания прекратились.



Решение

В положении равновесия

$$mg = k\Delta l, \tag{36}$$

в крайнем верхнем положении после снятия груза Δm_1

$$(m - \Delta m_1)g = k(\Delta l - A). \tag{37}$$

Из предыдущих уравнений получаем

$$\Delta m_1 = \frac{kA}{g} = \frac{4\pi^2 mA}{\tau^2 g} \tag{38}$$

с учетом $\tau = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

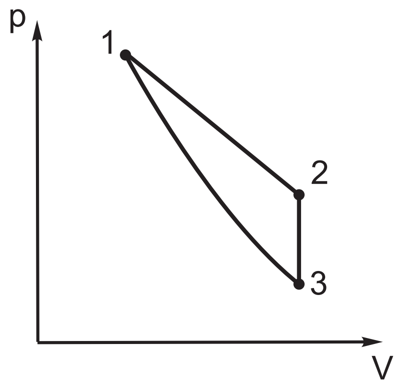
В крайнем нижнем положении

$$(m + \Delta m_2)g = k(\Delta l + A), \tag{39}$$

следовательно $\Delta m_2 = \dfrac{kA}{g} = \Delta m_1$.

Критерии оценивания
Записан 2 закон Ньютона в верхней точке – 3 балла
Записан 2 закон Ньютона в нижней точке – 3 балла
Получено выражение для Δm_1 — 2 балла
Получено выражение для Δm_2 — 2 балла

3. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 1$ моль совершает замкнутый цикл, который состоит из процесса $1 \to 2$, в котором давление является линейной функцией объема, изохоры $2 \to 3$ и процесса $3 \to 1$, в котором теплоемкость газа постоянна. Работа газа за цикл $A = 2028$ Дж. Найти теплоемкость газа в процессе $3 \to 1$, если $T_1 = T_2 = 2T_3 = 100$ К, $\dfrac{V_2}{V_1} = 8$, $R = 8,31\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot K}$



Решение

Изменение внутренней энергии за цикл $\Delta U = 0$, первое начало для цикла

$$A = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = \Delta U_{12} + A_{12} + \Delta U_{23} + Q_{31} = \Delta U_{13} + A_{12} + Q_{31}, \tag{40}$$

следовательно с учетом $p_1 V_1 = p_2 V_2$

$$\Delta U_{13} = -\frac{3}{4}\nu R T_1, \quad A_{12} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_1 V_2 - p_2 V_1) = \frac{63}{16}\nu R T_1, \tag{41}$$

$$Q_{31} = C(T_1 - T_3) = \frac{CT_1}{2}. \tag{42}$$

Отсюда

$$C = \frac{2}{T_1}\left(A - \frac{51}{16}\nu R T_1\right) = -12.42\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}} \tag{43}$$

Критерии оценивания
Записано первое начало для цикла – 3 балла
Получены выражения для ΔU_{13}, A_{12}, Q_{31} – 3 балла
Получено выражение для C — 3 балла
Численное значение для C — 1 балл

4. Любознательный школьник заметил, что при температуре за окном $t_1 = -5°\text{C}$ температура в комнате составляет $t_2 = 20°\text{C}$. Из прогноза погоды школьник узнал, что на следующий день ожидается похолодание до $t_3 = -20°\text{C}$. Также он измерил температуру батарей отопления, которая оказалась равна $t_0 = 70°\text{C}$. Исходя из известных законов физики, школьник рассчитал, какая температура установится на следующий день в комнате, если температура батарей не изменится. Какой результат получил школьник?

Решение

Мощности потока тепла от батареи в комнату и из комнаты на улицу пропорциональны разности соответствующих температур и в установившемся режиме эти мощности равны. Тогда для обоих случаев получаем

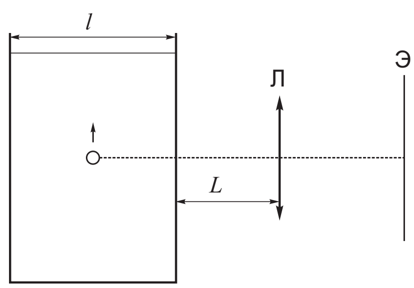
$$\alpha(t_0 - t_2) = \beta(t_2 - t_1), \qquad \alpha(t_0 - t_x) = \beta(t_x - t_3) \tag{44}$$

Из системы (44) получаем

$$t_x = \frac{t_3(t_0 - t_2) + t_0(t_2 - t_1)}{t_0 - t_1} = 10°\text{C} \tag{45}$$

Критерии оценивания
Утверждение о пропорциональности мощности и разности температур – 2 балла
Уравнение теплового баланса для первого случая – 2 балла
Уравнение теплового баланса для второго случая – 2 балла
Ответ в общем виде – 3 балла
Численный ответ – 1 балл

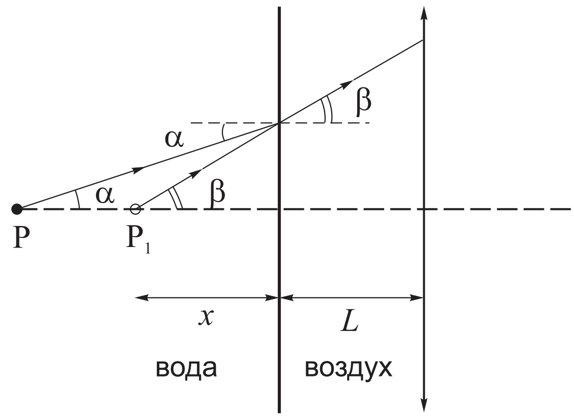
5. В прямоугольном сосуде, заполненном водой, по центру всплывает воздушный пузырек. С помощью собирающей линзы изображение пузырька проецируется на экран. Скорость движения изображения пузырька на экране при пересечении главной оптической оси линзы $v = 50$ см/с. Определить скорость движения пузырька в этот же момент. Показатель преломления воды $n = 1,33$, фокусное расстояние линзы $F = 25$ см, размеры системы (см.рис.) $l = 60$ см, $L = 15$ см.



Решение

Учитывая преломление на поверхности воды, найдем “кажущееся” положение пузырька - точку пересечения продолжений лучей, падающих на линзу. Закон преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{n}. \tag{46}$$



С учетом малости углов получаем

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{x}{l/2} = \frac{1}{n}, \tag{47}$$

отсюда $x = \dfrac{l}{2n}$. Запишем формулу тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{L+x} + \frac{1}{f} \;\Rightarrow\; f = \frac{F(L+x)}{L+x-F}. \tag{48}$$

Рассмотрим смещение пузырька перпендикулярно главной оптической оси на расстояние $h = v_p\Delta t$, изображение при этом сместится на $H = v\Delta t$. Рассматривая подобные треугольники, находим

$$\frac{v_p\Delta t}{v\Delta t} = \frac{L+x}{f} \;\Rightarrow\; v_p = v\frac{L+x-F}{F} = v\left(\frac{L}{F} + \frac{l}{2Fn} - 1\right) = 22.9\text{ см/с} \tag{49}$$

Критерии оценивания

Найдено положение предмета для линзы и учетом преломления на границе вода-воздух – 4 балла

Записана формула линзы в применении к задаче – 2 балла

Получен ответ в общем виде – 3 балла

Правильный численный ответ – 1 балл

Олимпиада Смарт Старт – 2017-18. Физика. Отборочный этап.

11 класс

1. Потолок в комнате находится на высоте h. Определить скорость v, с которой необходимо бросить мяч вертикально вверх с уровня пола, чтобы он возвратился назад со скоростью $\frac{4}{5}v$? Удар о потолок неупругий, теряется 60% кинетической энергии. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Запишем закон сохранения энергии для подъема

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh, \tag{50}$$

учтем потери механической энергии при неупругом ударе

$$\frac{mv_2^2}{2} = 0.4\frac{mv_1^2}{2}. \tag{51}$$

ЗСЭ для падения

$$\frac{mv_2^2}{2} + mgh = \frac{mv_3^2}{2}, \qquad v_3 = \frac{4}{5}v \quad \text{(по условию)}. \tag{52}$$

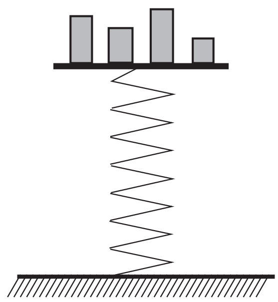
Решая совместно записанные уравнения, получаем

$$2gh + 0.4(v^2 - 2gh) = \frac{16}{25}v^2 \ \Rightarrow \ v = \sqrt{5gh}. \tag{53}$$

Критерии оценивания

Записан закон сохранения энергии для подъема – 2 балла
Учтены потери энергии при неупругом ударе – 2 балла
Записан закон сохранения энергии для падения –2 балла
Получен ответ – 4 балла

2. Чаша с гирями общей массой m прикреплена к установленной вертикально пружине и совершает вертикальные гармонические колебания с амплитудой A и периодом τ. Определить:
1) массу гири, которую необходимо снять с чаши в тот момент, когда она находится в крайнем верхнем положении, чтобы колебания прекратились;
2) массу гири, которую необходимо поместить на чашу в тот момент, когда она находится в крайнем нижнем положении, чтобы колебания прекратились.



Решение

В положении равновесия

$$mg = k\Delta l, \tag{54}$$

в крайнем верхнем положении после снятия груза Δm_1

$$(m - \Delta m_1)g = k(\Delta l - A). \tag{55}$$

Из предыдущих уравнений получаем

$$\Delta m_1 = \frac{kA}{g} = \frac{4\pi^2 mA}{\tau^2 g} \tag{56}$$

с учетом $\tau = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

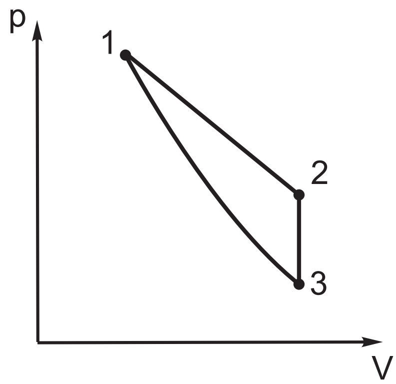
В крайнем нижнем положении

$$(m + \Delta m_2)g = k(\Delta l + A), \tag{57}$$

следовательно $\Delta m_2 = \dfrac{kA}{g} = \Delta m_1$.

Критерии оценивания
Записан 2 закон Ньютона в верхней точке – 3 балла
Записан 2 закон Ньютона в нижней точке – 3 балла
Получено выражение для Δm_1 — 2 балла
Получено выражение для Δm_2 — 2 балла

3. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 1$ моль совершает замкнутый цикл, который состоит из процесса $1 \to 2$, в котором давление является линейной функцией объема, изохоры $2 \to 3$ и процесса $3 \to 1$, в котором теплоемкость газа постоянна. Работа газа за цикл $A = 2028$ Дж. Найти теплоемкость газа в процессе $3 \to 1$, если $T_1 = T_2 = 2T_3 = 100$ К, $\dfrac{V_2}{V_1} = 8$, $R = 8,31\,\dfrac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot K}$



Решение

Изменение внутренней энергии за цикл $\Delta U = 0$, первое начало для цикла

$$A = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = \Delta U_{12} + A_{12} + \Delta U_{23} + Q_{31} = \Delta U_{13} + A_{12} + Q_{31}, \tag{58}$$

следовательно с учетом $p_1V_1 = p_2V_2$

$$\Delta U_{13} = -\frac{3}{4}\nu RT_1, \quad A_{12} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_1V_2 - p_2V_1) = \frac{63}{16}\nu RT_1, \tag{59}$$

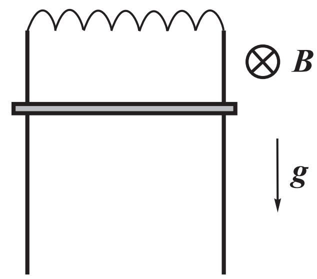
$$Q_{31} = C(T_1 - T_3) = \frac{CT_1}{2}. \tag{60}$$

Отсюда

$$C = \frac{2}{T_1}\left(A - \frac{51}{16}\nu RT_1\right) = -12.42\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}} \tag{61}$$

Критерии оценивания
Записано первое начало для цикла – 3 балла

Получены выражения для $\Delta U_{13}, \quad A_{12}, \quad Q_{31}$ – 3 балла
Получено выражение для C — 3 балла
Численное значение для C — 1 балл



4. По вертикальным проводящим рельсам в поле тяжести может скользить перемычка массой m и длины l. Рельсы замкнуты на идеальную индуктивность L и находятся в горизонтальном магнитном поле с индукцией B, перпендикулярной плоскости рисунка. В начале перемычка удерживалась в покое. Определить максимальное смещение перемычки от начального положения, если ее отпустить без начальной скорости. Сопротивлением перемычки и рельсов пренебречь.

Решение

При движении перемычки в ней возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_1 = Blv$, в катушке - ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_2 = -LI'$. Так как

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0, \tag{62}$$

то

$$LI' = Blv \quad \Rightarrow \quad LI = Blx, \tag{63}$$

где x – вертикальная координата перемычки, отсчитываемая от начального положения. В (63) учтено, что в начальный момент $x = 0,\ I = 0$.

Запишем второй закон Ньютона для перемычки в проекции на ось x, направленную вертикально вниз

$$ma_x = mg - BIl. \tag{64}$$

Из (63) $I = \dfrac{Blx}{L}$, подставляем в (64)

$$ma_x = mg - \frac{B^2l^2x}{L}. \tag{65}$$

Положение равновесия находим из

$$mg = \frac{B^2l^2x_0}{L} \quad \Rightarrow \quad x_0 = \frac{mgL}{B^2l^2}. \tag{66}$$

Делая замену переменной $x = X + x_0$, получаем 2-ой закон Ньютона для перемычки

$$mX'' = -\frac{B^2l^2}{L}X, \tag{67}$$

что соответствует уравнению гармонических колебаний с $к_{эф} = \dfrac{B^2l^2}{L}$ и амплитудой $A = x_0$. Т.е. максимальное смещение перемычки от начального положения при возникших колебаниях

$$S = 2A \quad \Rightarrow \quad S = \frac{2mgL}{B^2l^2}. \tag{68}$$

Критерии оценивания

Записано уравнение для ЭДС (63) – 3 балла

Получено уравнение гармонических колебаний (67) – 4 балла
Получено выражение для максимального смещения — 3 балла

5. В объективах для увеличения доли прошедшего света и уменьшения доли отраженного на поверхность линз наносят тонкую пленку, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла (просветление оптики). Определить наименьшую толщину пленки с показателем преломления $n = 4/3$, которую надо нанести на поверхность стеклянной линзы, чтобы при нормальном падении света, содержащего излучение с длинами волн $\lambda_1 = 700$ нм и $\lambda_2 = 420$ нм, отраженное излучение было максимально ослаблено для обеих длин волн.

Решение

Чтобы отраженное излучение было максимально ослаблено, волны, отраженные от поверхности пленки и от поверхности стекла, при интерференции должны давать минимум. Т.е. оптическая разность хода должна быть равна нечетному числу полуволн:

$$\Delta_{\text{опт}} = (2dn + \frac{\lambda}{2}) - \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}. \tag{69}$$

В (69) учтено, что при отражении от оптически более плотной среды волна меняет фазу на противоположную, что соответствует потере полуволны. Из (69) получаем

$$2dn = (2k+1)\frac{\lambda}{2}. \tag{70}$$

Записывая условие минимума (70) для двух длин волн, получаем

$$\begin{cases} 2dn = (2k_1+1)\dfrac{\lambda_1}{2}, \\ 2dn = (2k_2+1)\dfrac{\lambda_2}{2}, \end{cases} \tag{71}$$

где k_1 и k_2 – целые положительные числа. Из (71) находим $3k_2 - 5k_1 = 1$. Наименьшей толщине пленки будут соответствовать $k_1 = 1$ и $k_2 = 2$. Тогда

$$d = \frac{(2k_1+1)\lambda_1}{4n} \approx 394\,\text{нм} \tag{72}$$

Критерии оценивания

Записано выражение для оптической разности хода – 2 балла
Записаны условия минимума для двух длин волн – 3 балла
Получено уравнение для определения k_1 и k_2 — 2 балла
Получен ответ в общем виде – 2 балла
Получен правильный численный ответ – 1 балл